Всякое новое начинается как ересь –
и кончается как ортодоксия.

К. Лоренц

Самоорганизация в балансовых моделях живых и социальных систем

Самоорганизация и Синергетика.

Динамические системы и балансовые соотношения

Что такое самоорганизация

- Образование упорядоченных структур, происходящие не за счет действия внешних сил (факторов), а в результате внутренней перестройки системы, называется **самоорганизацией**.
- **Самоорганизация** - понятие, указывающее на развитие в направлении от менее сложных объектов к более сложным и упорядоченным формам организации вещества или общества.
- В каждом конкретном случае **самоорганизация** проявляется по-разному, это зависит от сложности и природы изучаемой системы.

Что такое самоорганизация

- Разномасштабные самоорганизующиеся системы независимо от того, к какому разделу науки они относятся, имеют единый алгоритм перехода от менее сложных и менее упорядоченных к более сложным и более упорядоченным состояниям.
- Это алгоритм является в общем случае следствием балансовых соотношений в природе и обществе.

- Разработкой теории самоорганизации занимаются несколько научных дисциплин:
  - Термодинамика неравновесных (открытых) систем.
  - Синергетика.
  - Теория катастроф
  - Информатика и кибернетика.

ПЛАТОН (427(??) – 347 до н.э)

- Умер **Платон** в 347 году, по преданию в день своего рождения. Погребение свершили в Академии, роднее для него не было места.
  - Черты несовершенства - абсолютная неизбежность в человеческом мире.
  - И хотя творение Вселенной завершено, но полностью изгнать из нее Хаос не под силу даже Создателю-Демиургу.
  - Хаос в таковой системе координат нерасторжимо связан с промыслом Необходимости.

«Черты несовершенства - абсолютная неизбежность в человеческом мире.»

Платон

ПЛАТОН (427(??) – 347 до н.э)

- Основанием для существенно опередившего свое время состояния античной мысли являлся ее органичный *синкретизм*, ее философская рефлексия.
- Существуют содержательная и мировоззренческая преемственность и внутреннее тождество между:
  - античными представлениями о креативном по природе своей Хаосе и эволюционирующем во времени Космосе как живом и разумном *организме* и современной концепцией ноосферы, что позволяет заложить основу для выработки перспективных синтезирующих подходов к описанию человека, общества и Вселенной.

Николай Константинович Рерих

Умейте слышать зов новизны

Концептуальная синергетика.

- наукой о высшей цивилизационной цели;
- наукой познания в системном виде;
- постнеклассической космофизикой.

Самоорганизация и кибернетика

- Важную роль в понимании многих существенных особенностей процессов самоорганизации сыграл кибернетический подход, противопоставляемый иногда как абстрагирующийся «от конкретных материальных форм», и не учитывающий конкретные физические основы формирования структур.

- В этой связи небезынтересно отметить, что создатели кибернетики и современной теории автоматов могут по праву считаться творцами или предтечами науки о самоорганизации.

ТЕКТОЛОГИЯ

Тектология создана Александром Александровичем Богдановым – революционером, социалистом, организатором и директором первого в мире Института переливания крови (1926).

А.А. Богданов (настоящая фамилия Малиновский, другие наиболее известные псевдонимы - Максимов, Рядовой, Вернер) родился 10 (22) августа 1873 г., закончил медицинский факультет Харьковского университета. В 1918-1921 гг. он работал профессором политической экономии МГУ; был одним из основателей Социалистической (затем Коммунистической) академии (1918 г.). Умер 7 апреля 1928 г. в результате не удачного эксперимента.

Александр Александрович Богданов

Создание всеобщей организационной науки, или тектологии, было главным научным достижением А.Богданова.

Основная идея тектологии (название заимствовано у Эрнста Геккеля, который употреблял это слово по отношению к законам организации живых существ) заключается в единстве строения и развития самых различных систем независимо от того конкретного материала, из которого они состоят. Это системы любых уровней организации — от атомных и молекулярных до биологических и социальных. Тектология Богданова — всеобъемлющая наука об универсальных типах и закономерностях структурного преобразования любых систем, общая теория организации и дезорганизации. Для построения грандиозного здания своей всеобщей организационной науки Богданов использовал материал самых различных наук, как естественных, так и общественных.

Александр Александрович Богданов

- Богданов предвосхитил некоторые основные концепции кибернетики и теории систем. Так, один из основных принципов кибернетики — принцип обратной связи — полностью соответствует тектологическому “механизму двойного взаимного регулирования”, или принципу бирегулятора.

- Но богдановский принцип двойного взаимного регулирования шире заимствованного из техники понятия обратной связи. Любая демократическая политическая система, любая здоровая экономика предполагает бирегуляцию, взаимный контроль.

Александр Александрович Богданов

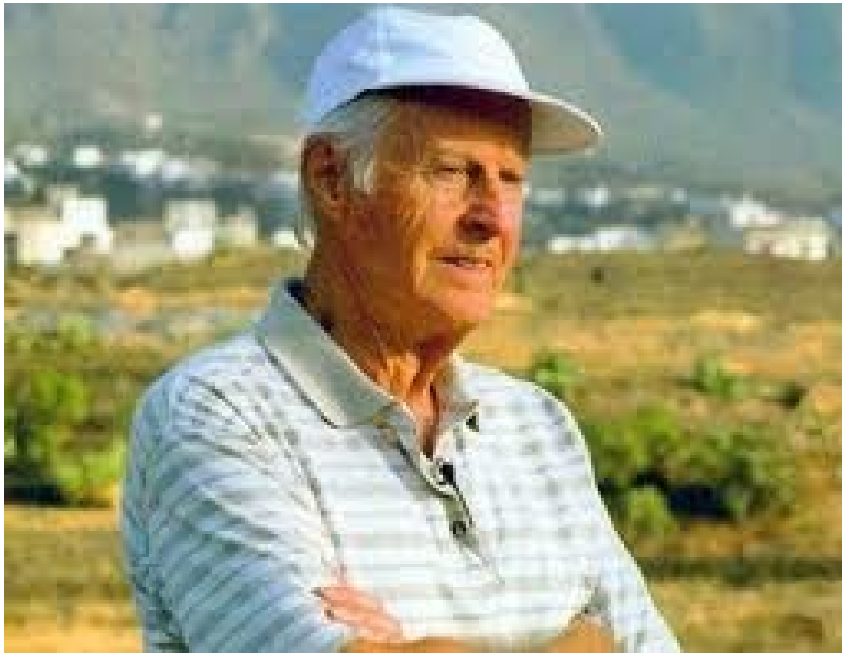
- Сформулированная на основе положений А.А. Богданова английским кибернетиком и психиатром У. Росс Эшби “теория вето” представляет важнейший тектологический “принцип наименьших”, согласно которому “устойчивость целого зависит от наименьших относительных сопротивлений всех его частей во всякий момент”.

- Вполне тектологичны также некоторые основные идеи теории катастроф французского математика Р. Тома и российского В.И.Арнольда, а также ряд положений синергетики и теории самоорганизации систем.

Тур Хейердал

Знаменитый норвежский путешественник и этнограф:

Человечество живет в плену ошибочных аксиом.



Роланд Видеркер

- Директор швейцарского Зеленого креста.
- Своеобычный синергетизм - отметил важную характеристику древнегреческого мышления:

«Воззрения древних мыслителей *изоморфны* новейшим представлениям о мире, присущим рубежу XX – XXI столетий».

Лев Николаевич Гумилев

теория пассионарности, объясняющая развитие народов-**этносов** через рассмотрение исторических процессов с естественнонаучной точки зрения.

Лев Николаевич Гумилев

В своем развитии этнос проходит несколько стадий, на каждой из которых свои «лозунги момента»:

- Рождение этноса – "Надо исправить мир, ибо он плох".
- Подъем – "Будь тем, кем ты должен быть".
- Вершина – "Будь самим собой".
- Надлом – "Только не так, как было".
- Переход в инерционную фазу – "Дайте же пожить!".
- Обскурация – «Да когда же это кончится!!!».

Лев Николаевич Гумилев

- **Пассионарность** – это мера потенциальных возможностей этноса, эффект избытка биохимической энергии живого вещества, порождающий жертвенность ради иллюзорной цели, обратный инстинкту, определяющий способность к сверхнапряжению.
- Лев Николаевич не определял источник этой энергии, оставляя эти исследования для последующих поколений ученых.

Людвиг фон Берталанфи

- Независимо от кибернетики и тектологии в 1930-е годы австрийский биолог Людвиг фон Берталанфи разрабатывает общую теорию систем. В его теории главное понятие – «открытая система».
- Если у Винера главным образом исследуются технические системы и главный акцент сделан на внутренние обратные связи, то у Берталанфи особое значение уделено механизмам обмена веществом-энергией-информацией между живым организмом и окружающей средой и установлению внутреннего динамического равновесия – гомеостазиса.
- Также рассмотрен вопрос об усложнении живых систем, т.е. подготовлен подход к современной синергетике с биологической стороны.

Ричард Бакминстер Фуллер

Автор термина «Синергетика» - дизайнер, архитектор, изобретатель, инженер и педагог из США.

Два источника энергии:
основной и вспомогательный.
Основной источник восстанавливается быстро, а вспомогательный (второе дыхание) требует больше времени для своего восстановления

Чарльз Скотт **Шеррингтон**

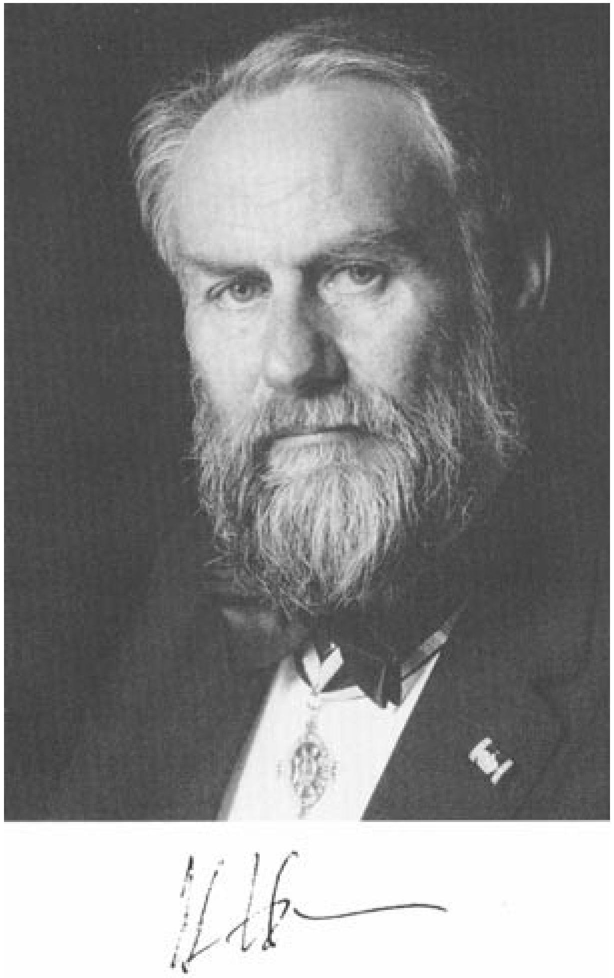
- Британский учёный в области физиологии и нейробиологии, удостоенный в 1932 г. Нобелевской премии по физиологии и медицине (совместно с Э.Эдрианом) за исследование функций нейронов.

Чарльз Скотт **Шеррингтон**

называл синергетическим, или интегративным, согласованное воздействие нервной системы (спинного мозга) при управлении мышечными движениями.

Синергетика

- Термин «синергетика» происходит от греческого «synergeia», что означает «совместное, или кооперативное, действие» - коллективное поведение.
- Такое действие непременно присутствует в процессах самоорганизации.



Герман Хакен

Синергетика

- «…креативность представляется мне самой глубокой из всех головоломок, связанных с мозгом. Под креативностью имеется в виду рождение идей, которые не рождались никогда прежде и более того - рождение которых в высшей степени маловероятно. Рождение новой идеи можно уподобить головоломке, при решении которой после многих безуспешных попыток из кусочков причудливой формы внезапно складывается картинка.
- Акт творения сравнительно легко охарактеризовать на словесном уровне, например, как конкуренцию и кооперацию различных идей в форме параметров порядка. По поводу такого рода определений трудно удержаться от критических замечаний: высказывать подобные сентенции - пустое дело, они не дают нам никакого операционального подхода и не дают рецепта, который позволял бы решить головоломку или найти новую фундаментальную идею. Может быть, хорошо, что природа гения всё ещё окутана тайной».

Г. Хакен

Синергетика

1. Исследуемые системы состоят из нескольких или многих одинаковых или разнородных частей, которые находятся во взаимодействии друг с другом.
2. Эти системы являются нелинейными.
3. При рассмотрении физических, химических и биологических систем речь идет об открытых системах, далеких от теплового равновесия.
4. Эти системы подвержены внутренним и внешним колебаниям.
5. Системы могут стать нестабильными.
6. Происходят качественные изменения.
7. В этих системах обнаруживаются эмержентные новые свойства не присущие ее подсистемам.
8. Возникают пространственные, временные, пространственно-временные или функциональные структуры.
9. Структуры могут быть упорядоченными или хаотическими.
10. Во многих случаях возможна математизация

Г. Хакен

Синергетика

- Под синергетикой Хакен предложил понимать область науки, которая занимается изучением эффектов самоорганизации в физических системах, а также родственных им явлений в более широком классе систем. Новый ракурс, предложенный синергетикой для изучения проблем самоусложнения и развития материальных систем, имеет целый ряд несомненных достоинств.
- Синергетика включила в свою сферу практически все мыслимые объекты и сконцентрировала внимание на изучении конкретных механизмов возникновения и совершенствования организации. Синергетика также обращает внимание на то, что эффекты упорядочения, которые возникают в динамических системах, обязаны своим появлением действию различных нелинейных процессов.

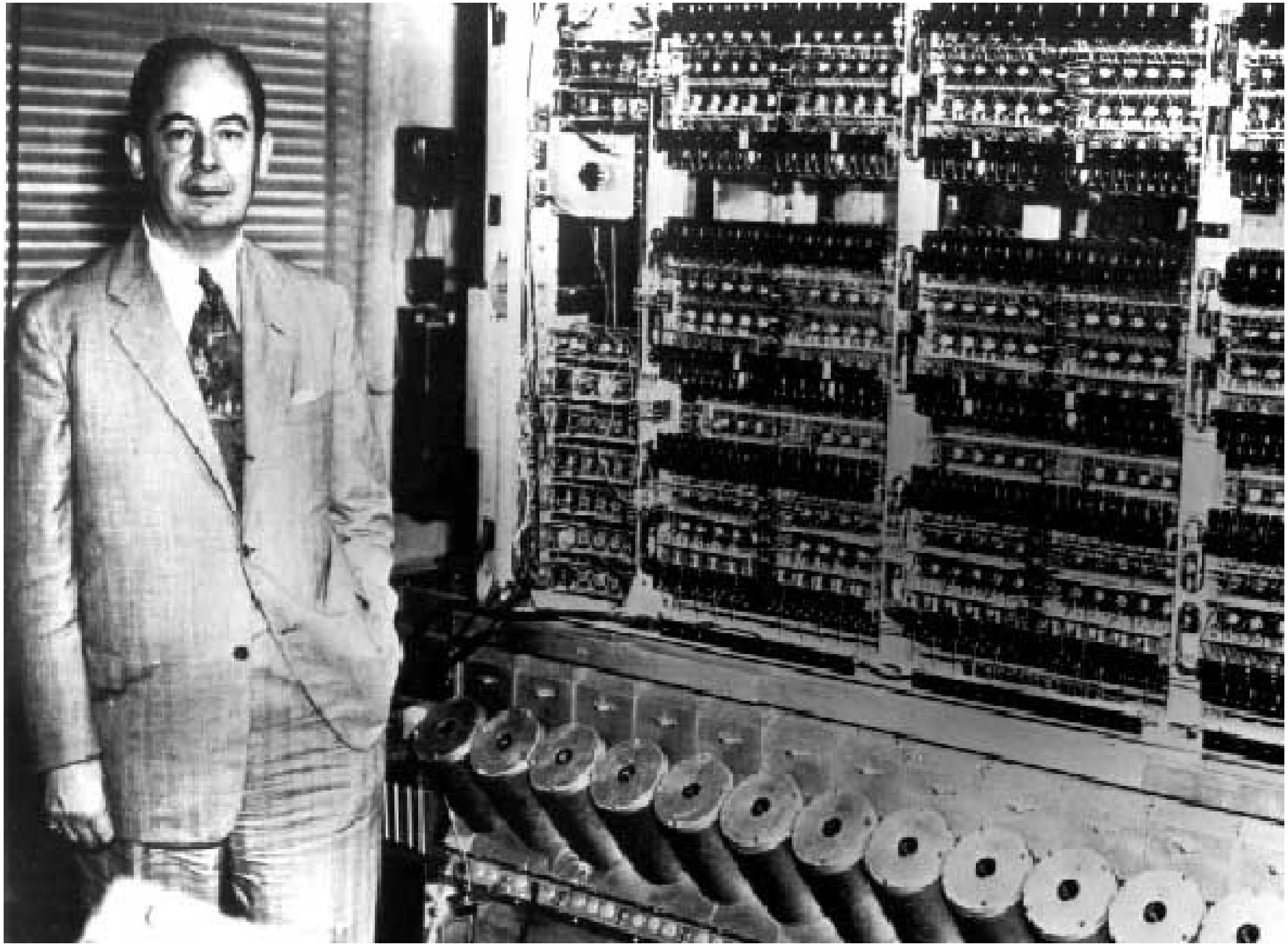
Самоорганизация

- Самоорганизация не связана с особым классом веществ, но она существует лишь в специальных системах, удовлетворяющих условиям:
  - открытые системы, т.е. открытые для притока энергии (вещества) извне;
  - макроскопические системы, т.е. системы описываются нелинейными уравнениями.

- **Следует также отметить, что диссипативные структуры являются устойчивыми образованиями, и их устойчивость определяется устойчивостью внешнего источника энергии.**

Джон фон Нейман

Надежные схемы из ненадежных элементов



Джон фон Нейман

Явление самоорганизации в динамических системах, описывающих динамику на основе балансовых соотношений.

В теории самовоспроизводящихся автоматов, Нейман «предполагал построить непрерывную модель самовоспроизведения, основанную на нелинейных дифференциальных уравнениях в частных производных, описывающих диффузионные процессы».

Клеточные автоматы

Так, Норберт Винер и Артуро Розенблют рассмотрели задачу о радиально-несимметричном распределении концентрации в сфере.

Алан Тьюринг

А. Тьюринг в 1937 году предложил одну из основных базовых моделей структурообразования и морфогенеза: систему двух уравнений диффузии, дополненных членами, которые описывают реакции между «морфогенами».

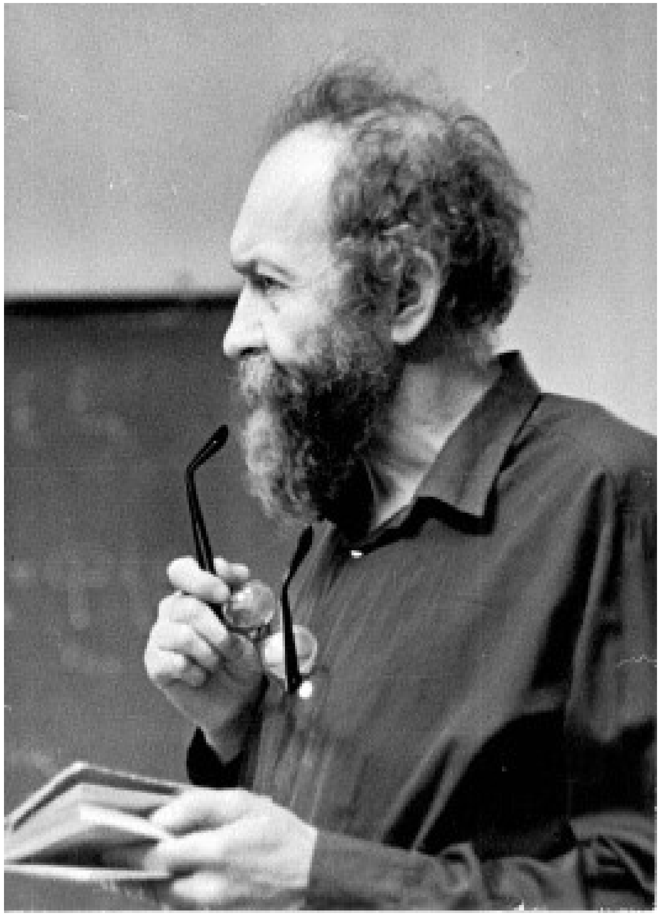
Тьюринг показал, что в такой реакционно-диффузионной системе может существовать неоднородное (периодическое в пространстве и стационарное во времени) распределение концентраций.

А.Н.Коломогов

А.Н.Колмогоров в 1934 году изучая уравнения химической кинетики – уравнения типа «реакция-диффузия» показал, что в такой реакционно-диффузионной системе может существовать неоднородное (периодическое в пространстве и стационарное во времени) распределение концентраций.

Алексей Андреевич Ляпунов

В 1970 году А.А.Ляпунов с сотрудниками, изучая балансовые соотношения в системе мирового океана, приходит к парадоксальному выводу, что плотность биомассы в океане не может быть равномерной – явление пятнистости, которое в последствии было подтверждено экспериментально.



Неравновесные (открытые) системы

В неравновесных условиях хаотическое состояние сложной системы может самопроизвольно сменяться различными формами самоорганизации.

Илья Романович Пригожин

- Бельгийский и американский физик и химик российского происхождения, лауреат Нобелевской премии 1977 по химии, виконт Бельгии (в 1989 г.).
- В 1982 г. – иностранный член АН СССР

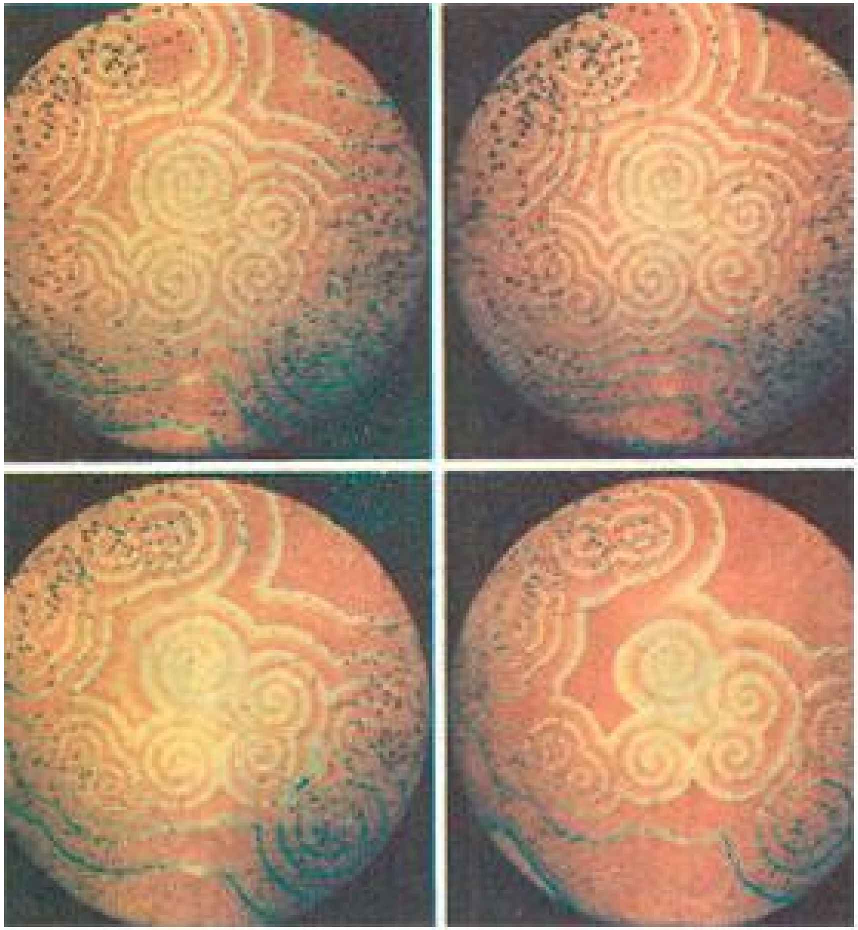
И. Р. Пригожин

- Одно из главных достижений - показал существование неравновесных термодинамических систем, которые при определённых условиях, поглощая вещество и энергию из окружающего пространства, могут совершать качественный скачок к усложнению (диссипативные структуры).
- Причём такой скачок не может быть предсказан, исходя из классических законов статистики.
- Такие системы позже были названы его именем.

И. Р. Пригожин

- Теорема Пригожина о минимуме производства энтропии в открытой системе.

- Автоколебательный процесс изменения концентрации четырехвалентного церия с одновременным варьированием цвета



И. Р. Пригожин

- Феномен нестабильности приводит к нетривиальным и серьезным проблемам, первая из которых — проблема предсказания.
- Нестабильность, непредсказуемость и, в конечном счете, время как сущностная переменная стали играть теперь немаловажную роль в преодолении той разобщенности, которая всегда существовала между социальными исследованиями и науками о природе.

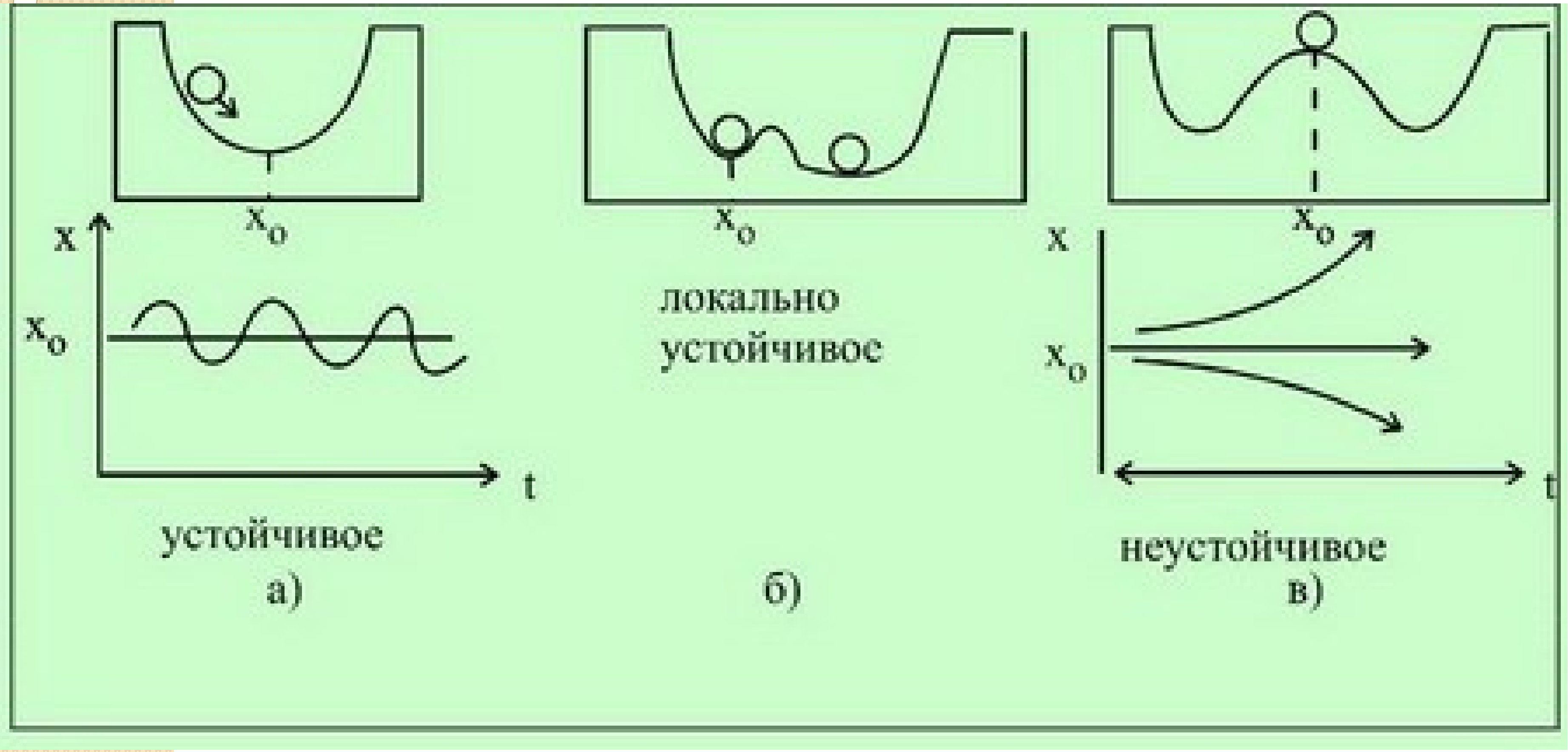
И. Р. Пригожин

- Открытие неравновесных структур, которые возникают как результат необратимых процессов и в которых системные связи устанавливаются сами собой.
- Идея конструктивной роли времени.
- Появление новых идей относительно динамических, нестабильных систем, — идей, полностью меняющих наше представление о детерминизме.

И. Р. Пригожин

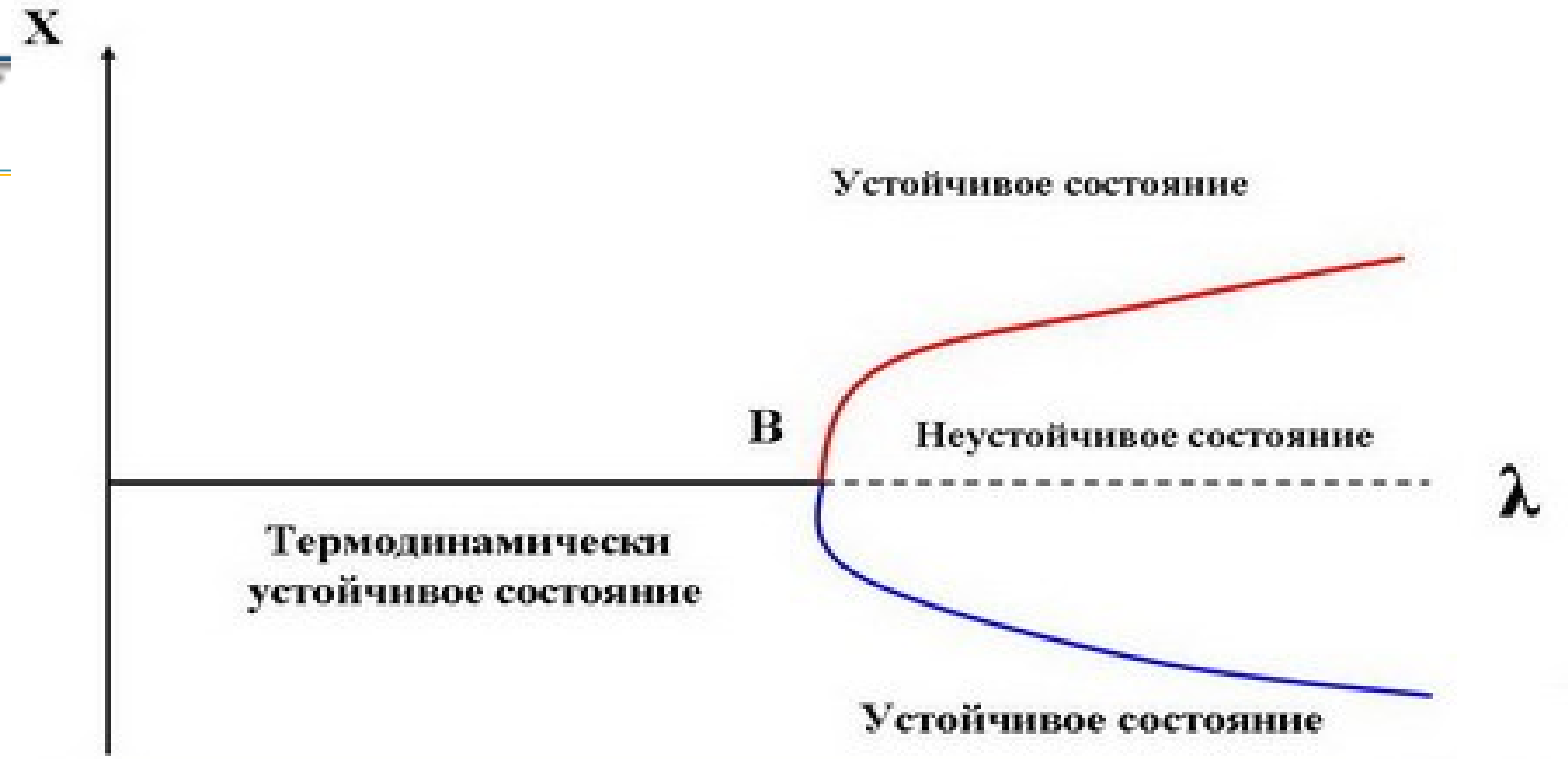
- Процессы самоорганизации являются принципиально нелинейными:
  - характеризуются наличием особых точек бифуркационного ветвления путей эволюции системы, открывая веер различных (но лежащих в пределах определенной зоны возможного) эволюционных перспектив;
  - фундаментальную роль в процессах самоорганизации играет феномен случайной флуктуации, который (благодаря действующему в сильно неравновесных средах принципу «усиления флуктуации» или «разрастания малого») вызывает к жизни глобальную реорганизацию системы, порождая «порядок из хаоса».

Самоорганизация



Самоорганизация

- Возникновение нового качества происходит на основании усиления малых случайных движений элементов - флуктуаций. Это в частности объясняет тот факт, что в момент бифуркации состояния системы возможно не одно, а множество вариантов структурного преобразования и дальнейшего развития объекта.
- Таким образом, сама природа ограничивает наши возможности точного прогнозирования развития, оставляя, тем не менее, возможности важных качественных заключений.



В нелинейных системах параметр (характеристика или свойство системы) X может изменяться под действием управляющего (или возмущающего) параметра λ. Рассмотрим диаграмму (X, λ). Оказывается, что при малых λ существует одно решение, характеризующее устойчивое состояние, а при больших λ - существует два устойчивых состояния с разными значениями X.

Джон фон Нейман

Изучая ENIAC, Дж. фон Нейманом впервые была предложена а в последствии и реализована структура ЭВМ с гибким программным управлением.

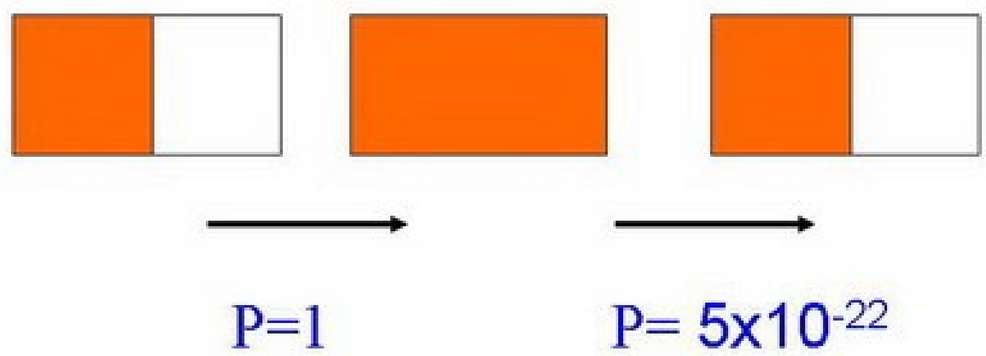
Программа вычислений стала объектом, доступным для преобразования с помощью вычислительной машины. Так возникло и программирование.

Теория самоорганизующихся автоматов – коллективное поведение.

Джон фон Нейман

Произвольно идущие процессы протекают в направлении увеличения энтропии, т.е. беспорядка в системе (точнее говорить о вероятности направления протекания процесса).

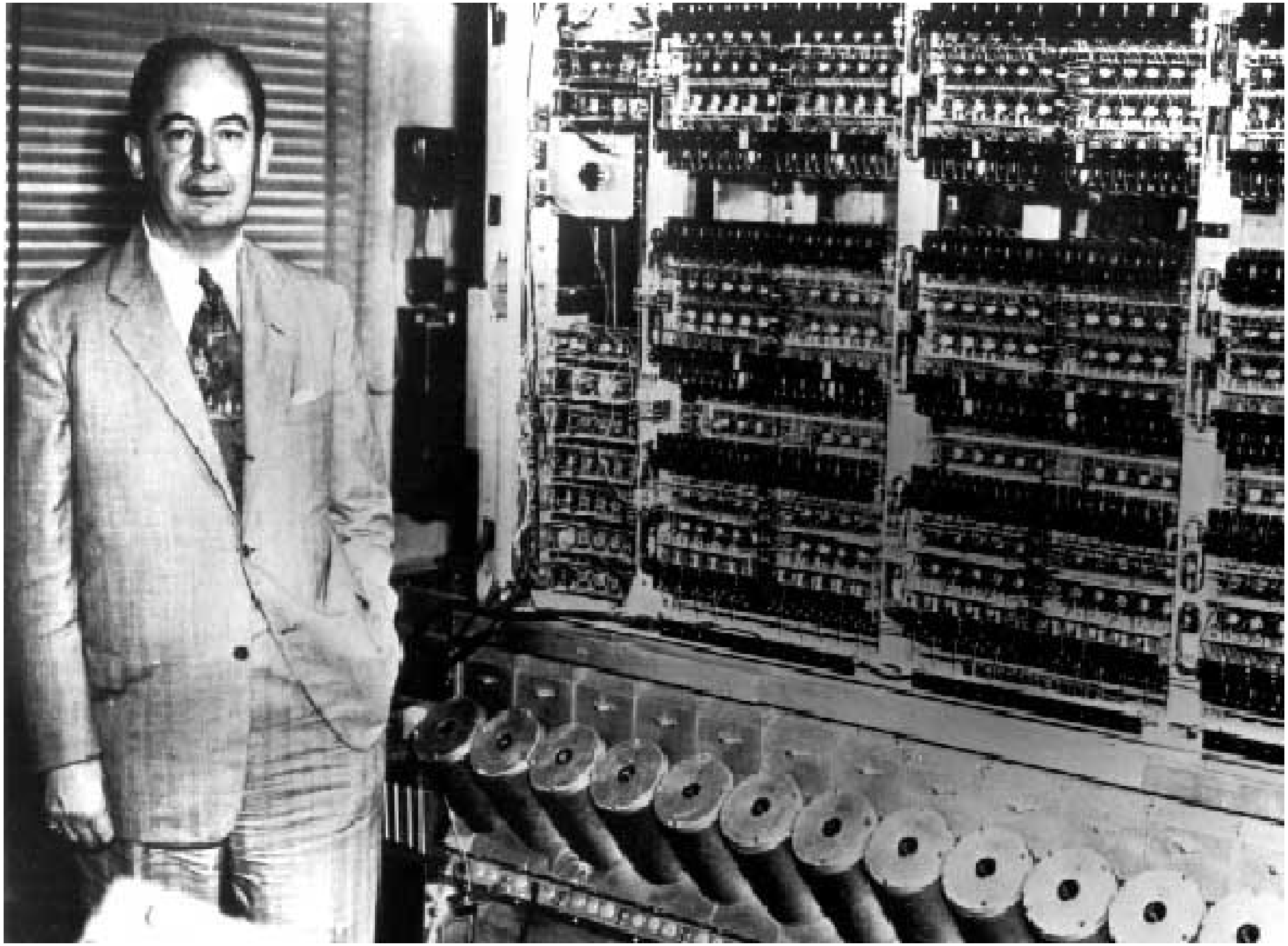
Может ли воздух собраться “сам” в одной половине сосуда?



Конечно, нет (точнее, $P= 5\cdot10^{-22}$).

Джон фон Нейман

Надежные схемы из ненадежных элементов

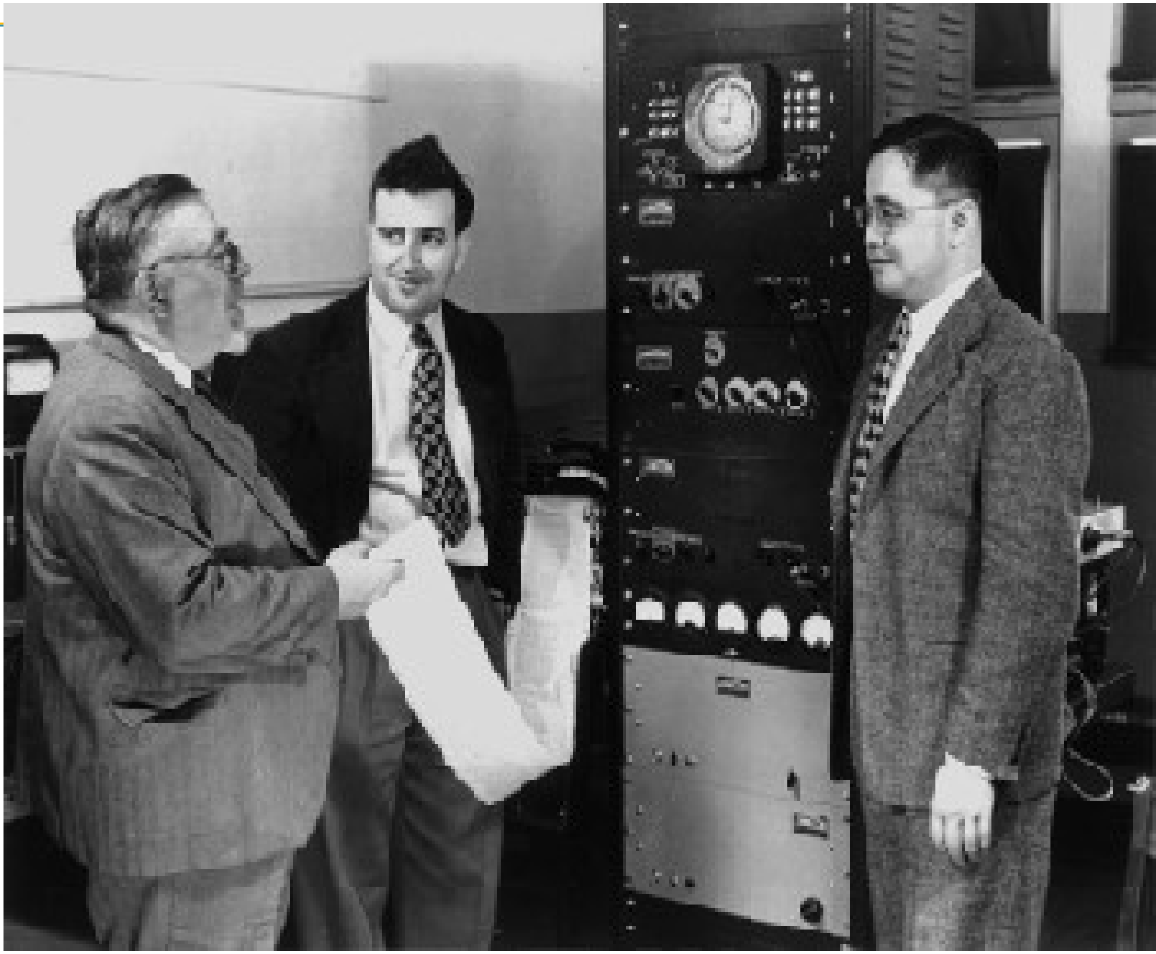


Джон фон Нейман

Явление самоорганизации в динамических системах, описывающих динамику на основе балансовых соотношений.

В теории самовоспроизводящихся автоматов, Нейман «предполагал построить непрерывную модель самовоспроизведения, основанную на нелинейных дифференциальных уравнениях в частных производных, описывающих диффузионные процессы».

Norbert Wiener

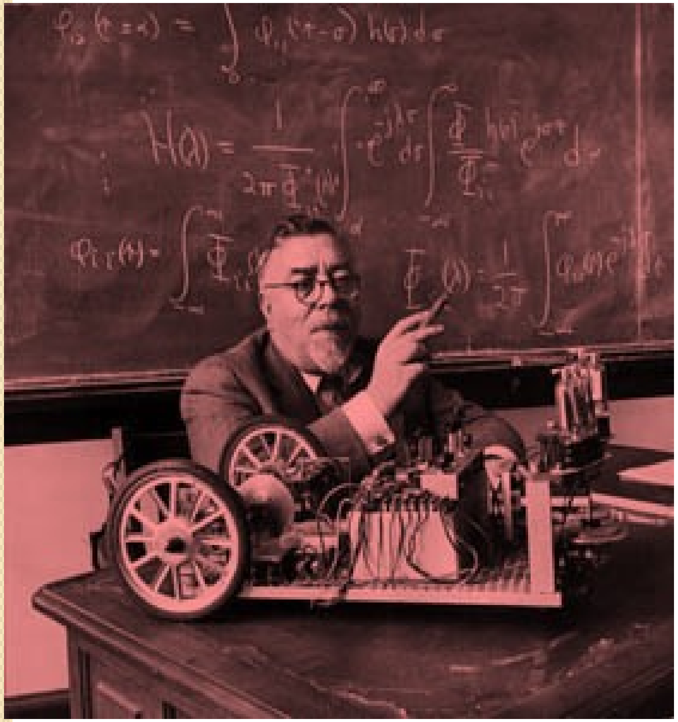


Винер полагал очевидным, что многие концептуальные схемы, определяющие поведение живых организмов при решении конкретных задач, практически идентичны схемам, характеризующим процессы управления в сложных технических системах.

Более того, он убедительно доказывал, что социальные модели управления и модели управления в экономике могут быть проанализированы на основе тех же общих положений, которые разработаны в области управления системами, созданными людьми.

Кибернетика –Винер (1894 – 1964)

Тем самым кибернетика дает нам надежду на создание фундаментальных методов, которые позволят атаковать психологические социальные и экономические недуги, побивающие нас в настоящее время своей внутренней сложностью»



Norbert Wiener

Встреча Гигантов

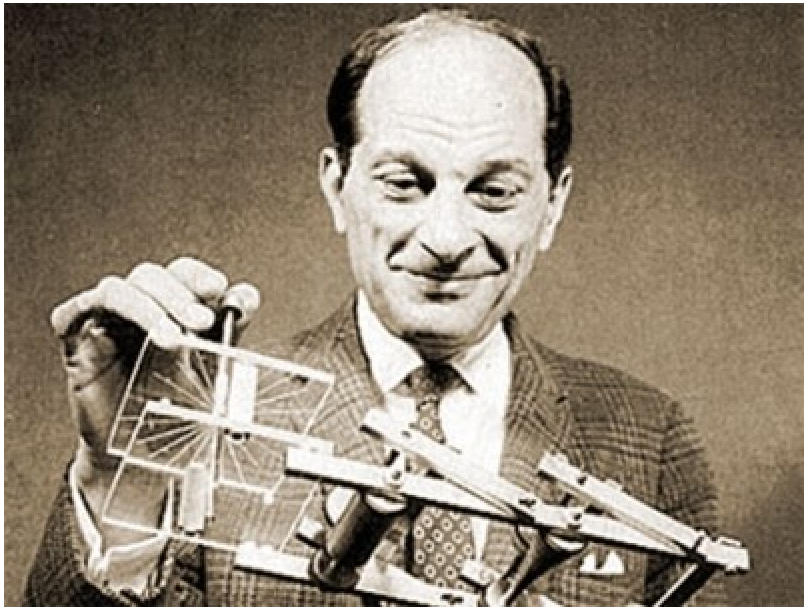
Москва – 1954

Аксиоматический подход

Сложность поведения даже простых моделей (термин «элементарных» применительно к этим моделям так же, как и в случае элементарных частиц, отражает скорее уровень наших знаний о них, чем их истинную сложность) навела исследователей на мысль обратиться к аксиоматическому методу с тем, чтобы, следуя Гильберту, отделить существенные особенности модели от несущественных, случайных и тем самым облегчить построение моделей, воспроизводящих нужный режим поведения.

Станислав Мартин **Улам**

- Польский математик, ученик Банаха, переехавший в Принстон в 1934 году.



- В 1964 г. в своей книге «Нерешенные математические задачи» высоко оценил синергию — непрерывное сотрудничество между машиной и её оператором, осуществляемое за счёт вывода информации на дисплей.

Станислав Мартин **Улам**

- С. Улам был непосредственным участником одного из первых численных экспериментов на ЭВМ первого поколения (ЭНИВАКе) – проверке гипотезы равнораспределения энергия по степеням свободы.
- Эксперимент, проведенный над числовым аналогом системы кубических осцилляторов, привел к неожиданному результату, породив знаменитую проблему Ферми-Пасты-Улама: проследив за эволюцией распределения энергии по степеням свободы на протяжении достаточно большого числа циклов, авторы не обнаружили ни малейшей тенденции к равнораспределению.

Система уравнений Лоренца

Одним из сенсационных открытии было обнаружение Лоренцом сложного поведения сравнительно простой динамической системы из трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с квадратичными нелинейностями. При определенных значениях параметров траектория системы вела себя столь запутанным образом, что внешний наблюдатель мог бы принять ее характеристики за случайные.

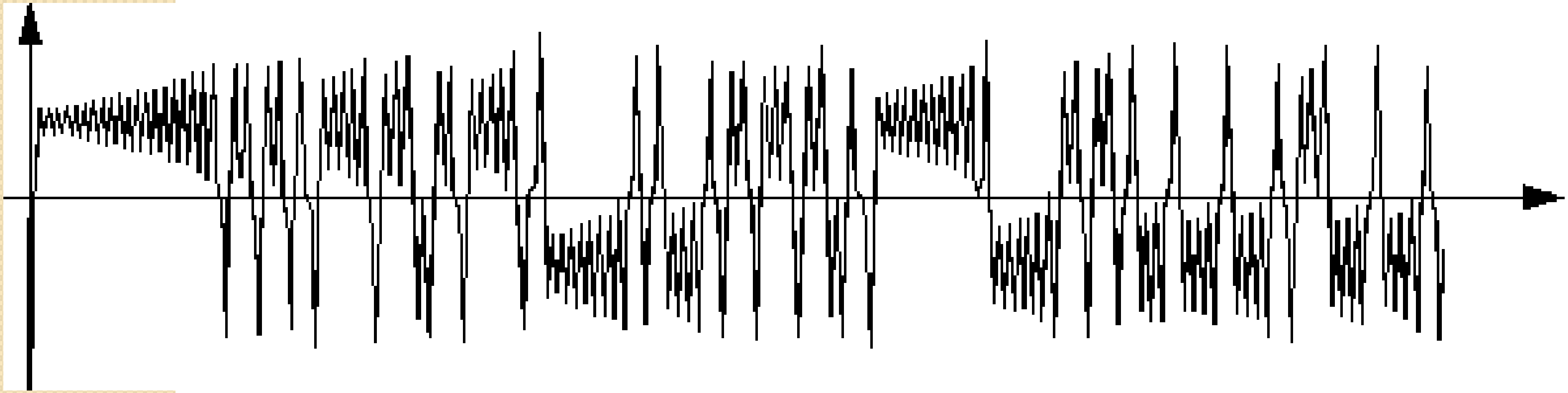
$$\frac{dx}{dt} = \sigma(y - x),$$

$$\frac{dy}{dt} = x(r - z) - y,$$

$$\frac{dz}{dt} = xy - bz$$

Система уравнений Лоренца

Из экзотического объекта странный аттрактор Лоренца оказался низведенным до положения заурядных «нестранных» аттракторов - притягивающих особых точек и предельных циклов.



Станислав Мартин **Улам**

- Решение проблемы Ферми-Пасты-Улама было получено в начале 60-х годов М. Крускалом и **<u>И.Забуским</u>**, доказавшим, что система Ферми - Пасты- Улама представляет собой разностный аналог уравнения Кортевега-де Вриза, и что равно распределению энергии препятствует солитон (термин, предложенный И.Забуским), переносящий энергию из одной группы мод в другую.

Станислав Мартин **Улам**

- Реалистически оценивая ограниченные возможности как аналитического, так и численного подхода к решению нелинейных задач, И.Забуский пришел к выводу о необходимости единого синтетического подхода.

- По его словам, «синергетический подход к нелинейным математическим и физическим задачам можно определить как совместное использование обычного анализа и численной машинной математики для получения решений разумно поставленных вопросов математического и физического содержания системы уравнений».

Фазовые траектории

- С. Улам и другие авторы рассмотрели отображения плоскости на себя, производимые по определенным правилам (аксиомам).
- Наиболее эффектным оказалось отображение воспроизводимое клеточными автоматами, для анализа фазовых траекторий.

Автомат:

Некоторый объект, способный воспринимать конечное число сигналов и изменять в зависимости от них свое внутреннее состояние.

Автомат может производить конечное число действий; выбор действия определяется внутренним состоянием автомата.

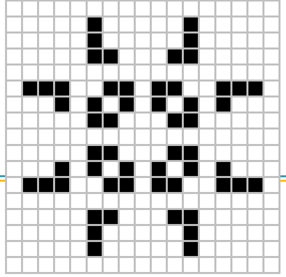
Клеточные автоматы

- Идея моделирования социальных отношений и динамики развития взаимодействующих систем с помощью клеточных автоматов (агентов) принадлежит Винеру и Розенблюту (1937).

Клеточные автоматы

- В 1940 году идеей построения моделей на основе клеточных автоматов заинтересовался Джон фон Нейман, который пытался найти гипотетическую машину (аналог машины Тьюринга), которая могла строить копии самой себя. Ему это удалось сделать, построив математическую модель такой машины с очень сложными правилами на прямоугольной сетке, которая не была реализована.
- Спустя 30 лет в 1970 году идею фон Неймана реализует Джон Хортон Конвей (р. 1937).

Клеточные автоматы

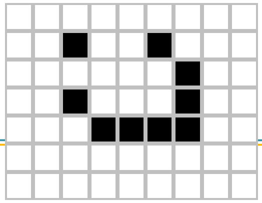


- Д. Конвей строит отображение плоскости на основе трех простых аксиом, которое оказалось наиболее эффектным из всех предложенных ранее - его знаменитая «Игра Жизни» (Life Game).
- Играют на плоскости, разбитой на квадратные клетки одного и того же размера. Каждая клетка может находиться в одном из двух состояний: либо быть занятой (например, фишкой), либо пустой. Начальное состояние (начальная расстановка фишек) может быть выбрана произвольно. Последующие состояния клеток зависят от занятости соседних клеток на предыдущем ходу.
- Соседними считаются восемь клеток, непосредственно примыкающих к данной (имеющих с ней либо общую сторону - примыкание справа, слева, сверху и снизу, либо общую вершину - примыкание по диагонали).
- Игра состоит из дискретной последовательности ходов. На каждом ходу ко всем клеткам доски применяются следующие три правила (аксиомы).

Клеточные автоматы

- **Выживание.** Клетка остается занятой на следующем ходу, если на предыдущем были заняты две, или три соседние с ней клетки.
- **Гибель.** Клетка становится свободной на следующем ходу, если на предыдущем было занято более трех или менее двух соседних клеток (в первом случае клетка «погибает» из-за перенаселения, во втором - из- за чрезмерной изоляции).
- **Рождение.** Свободная клетка становится занятой на следующем ходу, если на предыдущем были заняты три и только три соседние клетки.

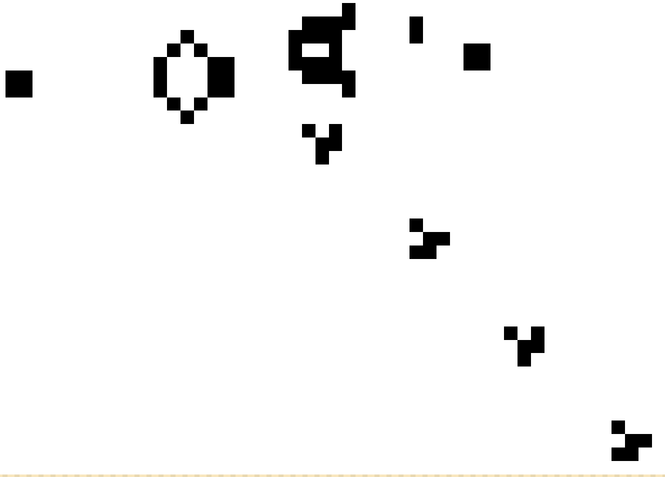
Life game – игра жизни



- Кажущаяся простота правил Конуэя обманчива: как и простые динамические системы, доска с расставленными на ней фишками может перейти в весьма сложные режимы, имитирующие процессы гибели (полное уничтожение всех расставленных в начальной позиции фишек), неограниченный рост, устойчивое стационарное состояние (система с определенной периодичностью в пространстве), периодические по времени осцилляции.

Life game – игра жизни

- «Игра жизни» стала успешной попыткой Д.Конвея резко упростить идеи фон Неймана.
- Об «игре» сделал свое первое публичное выступление в октябре 1970 года.
- С теоретической точки зрения, она интересна тем, что имеет силу универсальной машины Тьюринга, то есть все, что может быть вычислено алгоритмически может быть вычислена в машине Конвея.

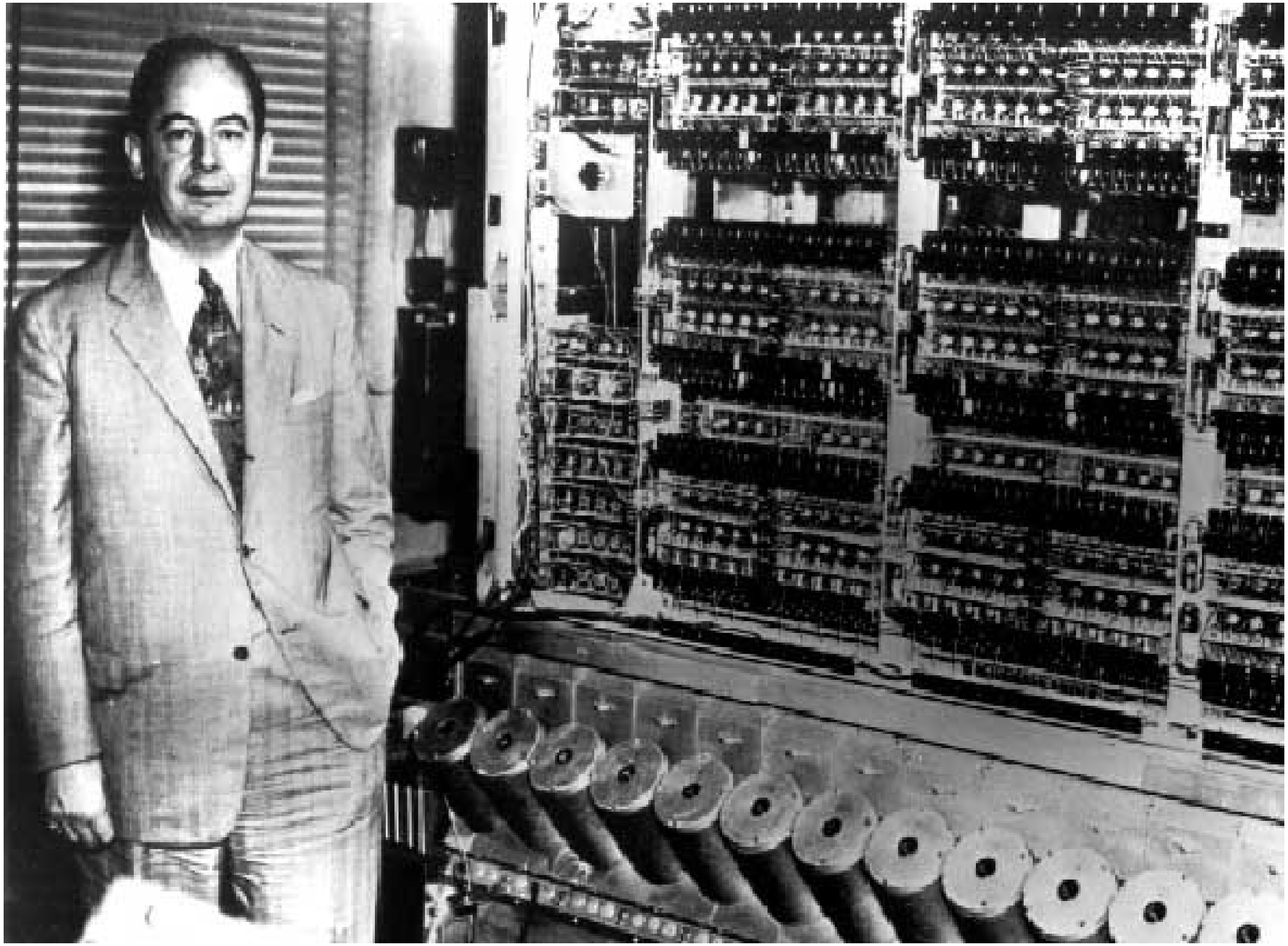


Автоматы и жизнь

- В 1960-е годы в нашей стране появились работы А.А.Ляпунова, А.Н.Колмогорва, М.Л.Цетлина, В.И.Варшавского, Д.А.Поспелова, Н.Н.Моисеева, связанные с построением моделей коллективного поведения.
- Развиваемые учеными идеи об эволюции технических систем и управлении ими опередили свое время и стали по-настоящему востребованными лишь в самом конце XX – начале XXI вв.

Джон фон Нейман

Надежные схемы из ненадежных элементов



Теория коллективного поведения

Джон фон Нейман

Динамика «коллективного поведения» автоматов на основе балансовых соотношений.

Существуют четыре процесса, путем которых количество агентов (особей, автоматов) в этой популяции может меняться: Принятие инновации (Births, Рождение), Забывание инновации (Death, Гибель), Иммиграция и Эмиграция.

Балансовая модель

Математически закон сохранения можно записать следующим образом:

$$N(t+\Delta t) = N(t) + B(t) - D(t) + I(t) - E(t),$$

где $N(t)$ – численность популяции

B – Births (рождение)

D – Deaths (гибель)

I – Immigration (иммиграция)

E – Emigration (эмиграция).

Балансовая модель

D и B отражают не сам процесс, а результат процесса, а сам процесс отражает смертность и рождаемость, то есть мы переходим к понятию удельных скоростей рождаемости и смертности соответственно:

$$b(t) = \frac{1}{\Delta t}\frac{B(t)}{N(t)},$$

$$d(t) = \frac{1}{\Delta t}\frac{D(t)}{N(t)},$$

где $N(t)$ – численность популяции

B – Births (рождение)

D – Deaths (смерть)

Балансовая модель

Таким образом, закон сохранения принимает следующий вид:

$$\frac{N(t+\Delta t)-N(t)}{\Delta t}=\big(b(t)-d(t)\big)N(t),$$

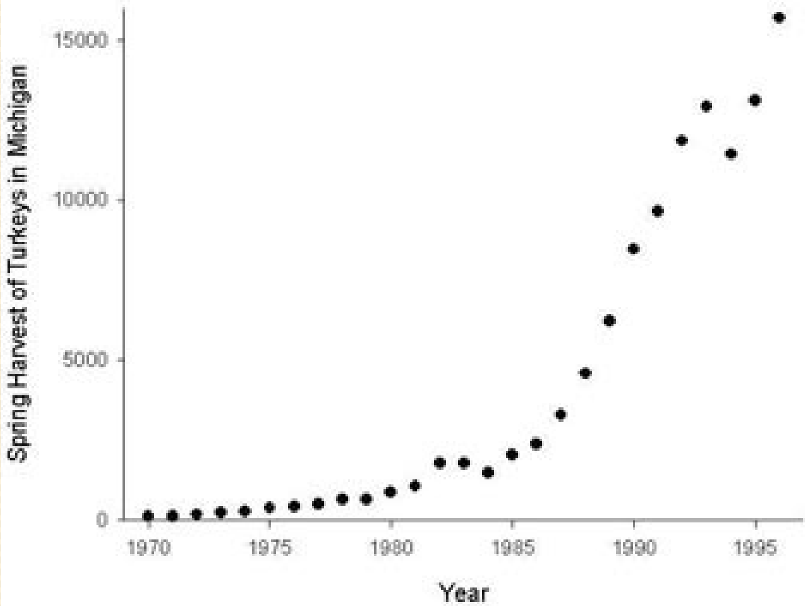
или

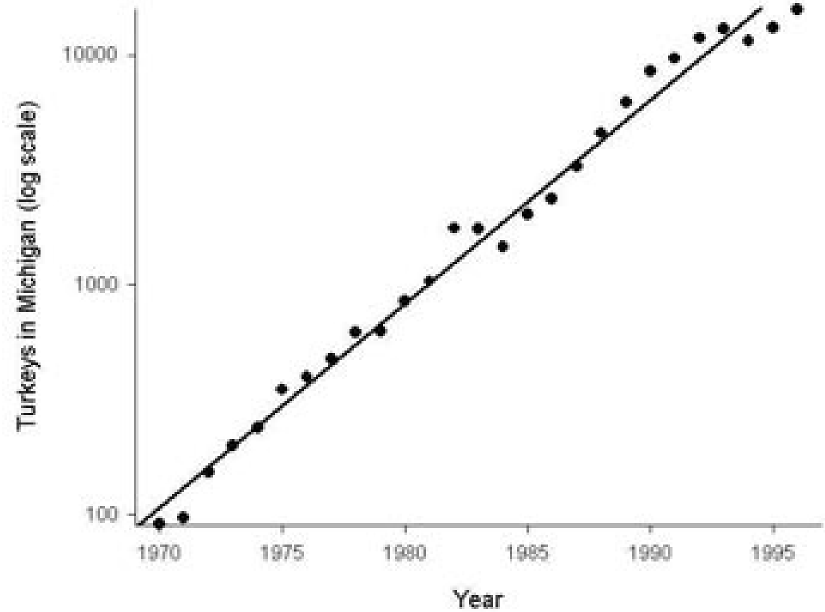
$$\frac{dN(t)}{dt}=\big(b(t)-d(t)\big)N(t)=rN(t),$$

Интересно, что эта модель аналогична первому закону Ньютона.

Балансовая модель

Популяция индеек





Графики соответствуют модели с $r = const$.
Обычно, так ведет себя сравнительно небольшая популяция, расселившаяся на обширном пространстве. Но на самом деле в природе ни одна популяция по крайней мере долгое время экспоненциально не растет, то есть эта модель слишком упрощенная

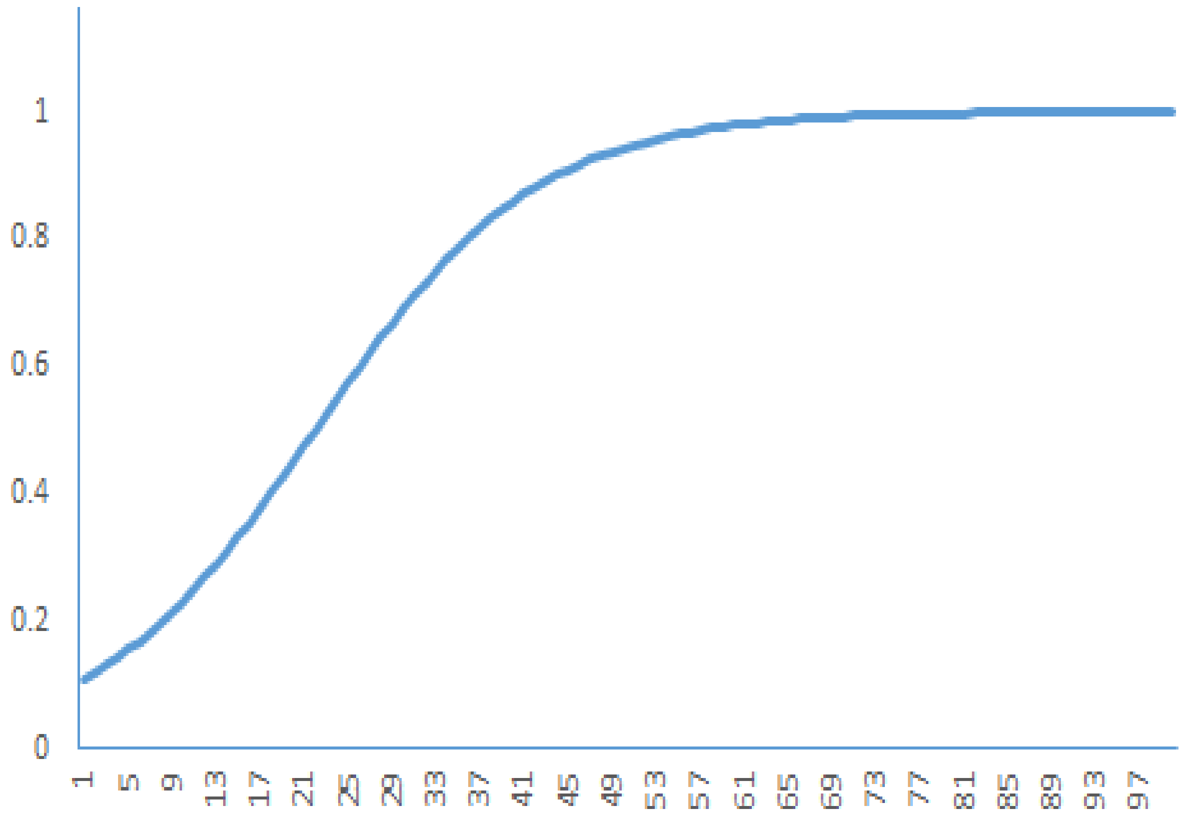
Балансовая модель

Заметим, что r не может быть константой, это функция от числа особей в популяции, ведь, как мы помним, $r = b - d$, а b и d зависит от числа особей, конкуренции внутри популяции, хищников и др. факторов, ведь чем больше особей в популяции, тем больше животные конкурируют за еду, пространство и т.д., и тем труднее становится им выживать. Чем больше N, тем меньше r, поэтому имеет место формула:

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t),$$

$$r = r_0(1 - \frac{N}{K})$$

Балансовая модель



Логистическая кривая роста

Джон фон Нейман

В теории клеточных автоматов, Нейман «предполагал построить непрерывную модель самовоспроизведения, основанную на нелинейных дифференциальных уравнениях в частных производных, описывающих диффузионные процессы».

Модели распространения идей

- У идей (мнений, mem – англ.) есть огромный потенциал воздействия на общественное мнение. С появлением интернета объем передаваемой информации увеличился, вместе с ним увеличилась и доступность идей. Однако, изобилие получаемой информации превышает нашу потребительскую способность. Идеи должны конкурировать за наше ограниченное внимание.

- Надо отметить, что в динамике распространения информации наблюдаются идеи, которые распространяются с огромной скоростью. Это может быть вызвано агентами, которые обращают внимание общественности на ту или иную идею. Для изучения этого и других факторов, рассмотрим модель анализа распространения внимания сообщества на идею.

Модели распространения идей

Последнее слово всегда остается за общественным мнением.

Наполеон

Варвик: Запомните, мессир епископ, пропаганда требует упрощений.

Важно сказать нечто очень грубое и многократно повторять сказанное - так создается истина.

Жан Ануй «Жаворонок»

Модели распространения мнений

В качестве модели используется модель клеточных автоматов (агентов), каждый из которых может озвучивать свое мнение и воспринимать мнения озвученные другими агентами, меняя при этом свое состояние.

Автомат:

Некоторый объект, способный воспринимать конечное число сигналов и изменять в зависимости от них свое внутреннее состояние. Автомат может производить конечное число действий; выбор действия определяется внутренним состоянием автомата.

Модели распространения идей

- Человечество всегда мне представлялось в виде множества блуждающих в тумане огоньков, которые лишь смутно чувствуют сияние, рассеиваемое всеми другими, но связаны сетью ясных огненных нитей, каждый в одном, двух, трех... направлениях. И возникновение таких прорывов через туман к другому огоньку вполне разумно называть "ЧУДОМ".

  А.Н.Колмогоров

- Колмогоров обратил внимание на тот факт, что динамика балансовых отношений мало зависит от природы этих отношений (автоматы или живые объекты) , а определятся структурой этих отношений.

Модели распространения мнений

Агенты располагаются на плоскости в узлах сетки $N \times M$.

Рассматриваются следующие варианты взаимодействия:

- Полный граф;
- Ближайшие соседи;
- Случайное взаимодействие с вероятностью $\left(\frac{1}{R}\right)^{\alpha}$, где R – расстояние между агентами ($0 < \alpha < 3$).

Модели распространения мнений

Предполагается, что агентов достаточно для использования теории коллективного поведения, и мы для изучения их динамики поведения можем использовать уравнения Колмогорова для плотности агентов.

Модель «диффузии инноваций»

Диффузия – это «процесс, в ходе которого новое с течением времени по определенным каналам распространяется среди членов социальной системы».

Известен целый ряд работ, в которых показано, что модели диффузии инноваций могут корректно описывать динамику распространения и замещения технологий, товаров, распространения новых методов обучения, динамику уровня криминальных процессов и т.п.

Балансовая модель «диффузии»

Пусть:

N – численность сообщества агентов.

n – число агентов, с которыми агент с идеей контактирует за единичный интервал времени.

y – число агентов с инновационной идеей.

k_0 – вероятность принятия идеи при одном контакте по теме инновации.

p – вероятность контакта агентов.

Тогда

k_0pn – математическое ожидание числа агентов, принявших идею.

$\frac{y}{N}$ – вероятность общения агента с инновационной идей с агентом без идей.

Следовательно, вероятность принятия идеи хотя бы один раз за n контактов может быть приближено выражена формулой:

$$b \approx k_0pn\frac{y}{N}.$$

Балансовая модель «диффузии»

Математическое ожидание числа принявших идею от ранее принявших агентов за единичный интервал времени равно:

$$b(N-y)$$

или

$$\frac{dy}{dt} = a\frac{(N-y)}{N}y$$

где $a = k_0 pn$ – вероятность принятия инновационной идеи одним агентом за единичный интервал времени, или

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1-f(t)\big)f(t)$$

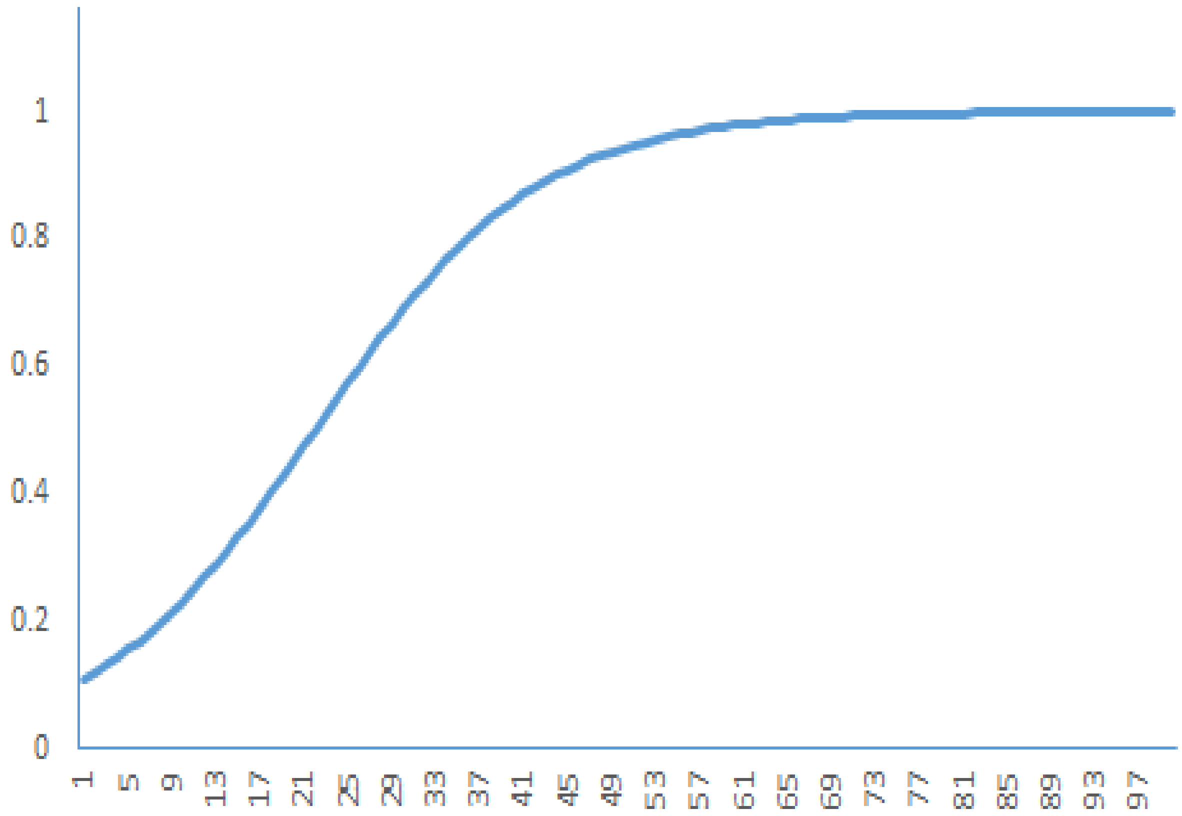
где $f(t) = y/N$ – плотность агентов.

Балансовая модель «диффузии»

Функция $f(t)$ определяет динамику во времени относительной численности членов социальной системы, принявших распространяемую информацию.

Решение этого уравнения обладает двумя важными свойствами: при малых $f(t)$ плотность возрастает экспоненциально, при больших – приближается к определенному пределу.

Балансовая модель



Динамика распространения инноваций

Балансовая модель

- Решение уравнения описывается логистической кривой (S-образной кривой роста).
- Э. Роджерс (1988 г.) описывает концепцию логистической кривой роста, характеризующей распространение новой идеи в общественном сознании, следующим образом: *«Сначала всего несколько индивидов принимают новую идею, затем инновация принимается большим количеством индивидов, и, наконец, темпы принятия замедляются».*

Клеточные автоматы. Полный граф взаимодействия

В упрощенном варианте, агенты попарно взаимодействуют для достижения согласия.

В полных графах у каждого агента есть возможность взаимодействовать с каждым агентом, сравнивая свой список идей (словарь) с его. Основные алгоритмические правила: выбирается пара соседних узлов оратор и слушатель.

Оратор озвучивает слово из своего списка. Если у слушателя в списке есть это слово, то оба участника оставляют только его, иначе слушатель пополняет свой словарный запас.

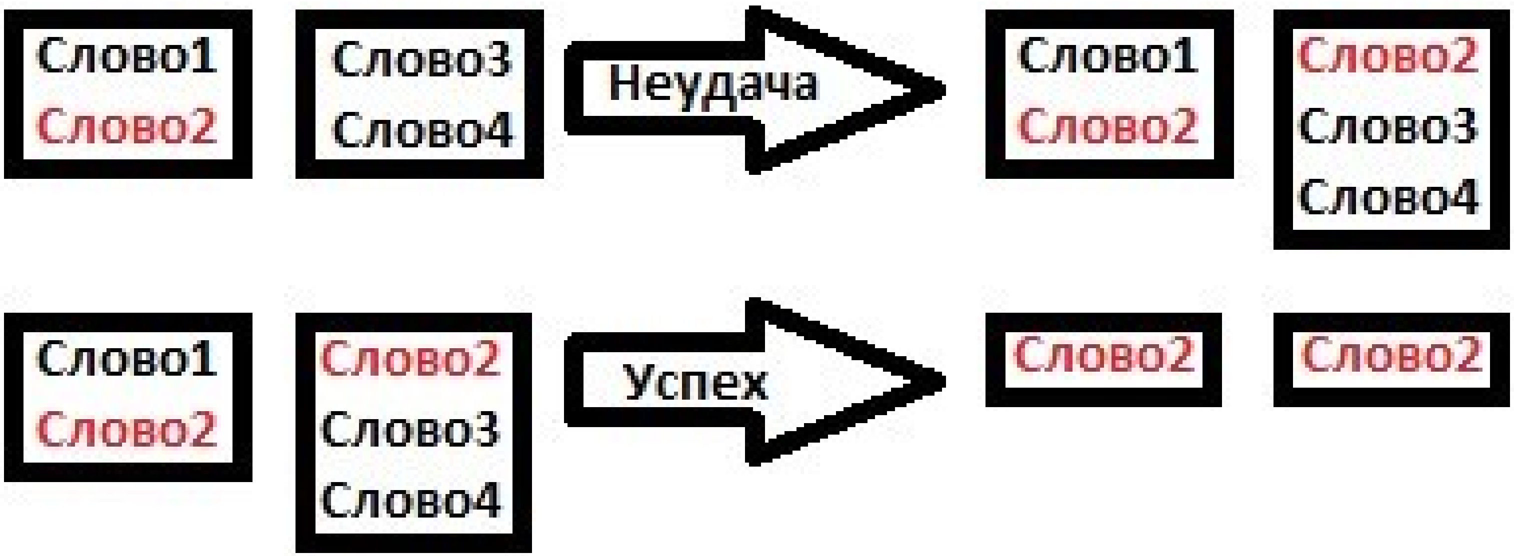
Свойства сетей

- Эффект тесного мира;
- Клэффициент кластеризации;
- Степенное распределение.

Naming Game - Именование игры

- Модель клеточных автоматов, рассматривающая экспансию мнений (мемов) в графе социальных взаимодействий, чьи вершины - индивиды, каждый из которых имеет список мнений.
- В каждый момент времени случайно выбранный индивид озвучивает мнение, случайно выбранное из собственного списка.
- Слушатели в радиусе досягаемости, сравнивают мнение с своими списками.
- Если озвученное мнение совпадает с одним из мнений – они с ним соглашаются и стирают остальные. Если нет – дописывают высказанное мнение в список, расширяя свой кругозор.

Модели распространения мнений



Модель взаимодействия – Naming Game

Бинарная модель соглашений

Before interaction	After interaction
$A \xrightarrow{A} A$	A - A
$A \xrightarrow{A} B$	A - AB
$A \xrightarrow{A} AB$	A - A
$B \xrightarrow{B} A$	B - AB
$B \xrightarrow{B} B$	B - B
$B \xrightarrow{B} AB$	B - B
$AB \xrightarrow{A} A$	A - A
$AB \xrightarrow{A} B$	AB - AB
$AB \xrightarrow{A} AB$	A - A
$AB \xrightarrow{B} A$	AB - AB
$AB \xrightarrow{B} B$	B - B
$AB \xrightarrow{B} AB$	B - B

Рассмотрим для простоты два мнения A и B

Полный граф взаимодействий

- Динамика мнений (плотность узлов):

$$\frac{dn_A}{dt} = -n_A n_B + n_{AB}^2 + n_{AB} n_A + \frac{3}{2} p n_{AB}$$

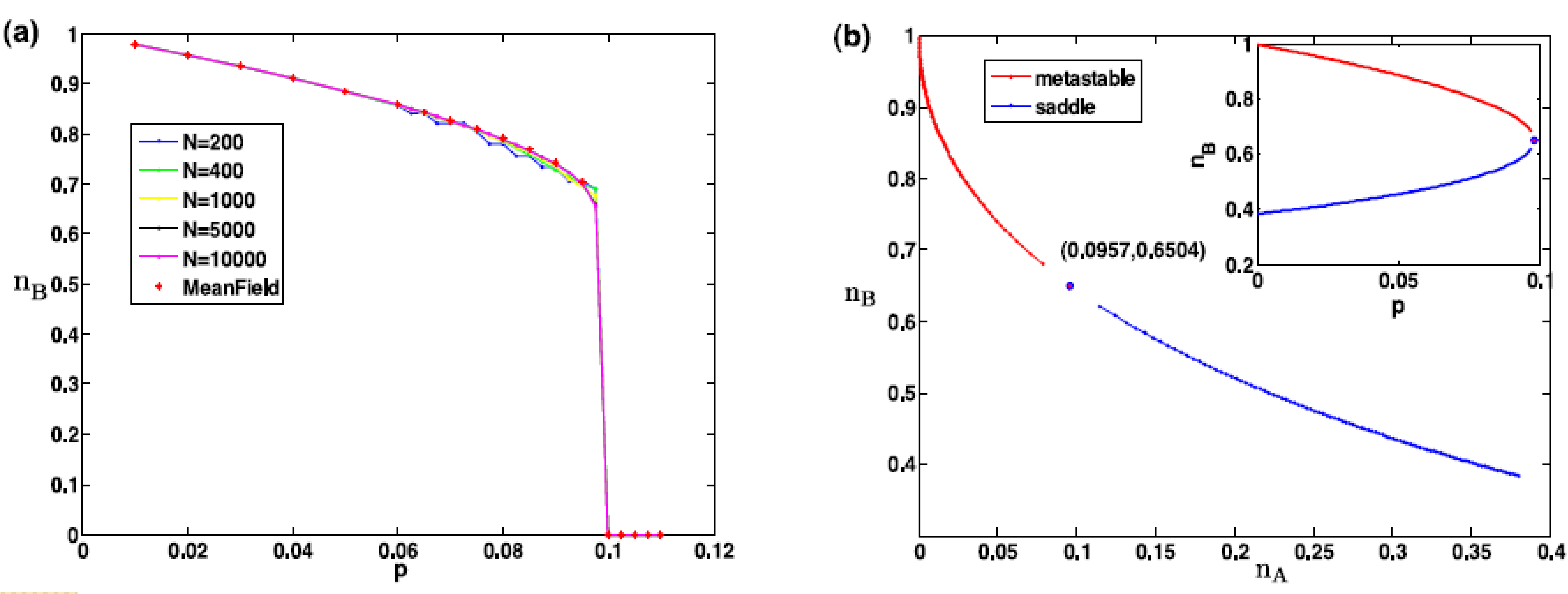
$$\frac{dn_B}{dt} = -n_A n_B + n_{AB}^2 + n_{AB} n_B - p n_B \qquad (1)$$

- Плотность узлов со смешанными идеями:

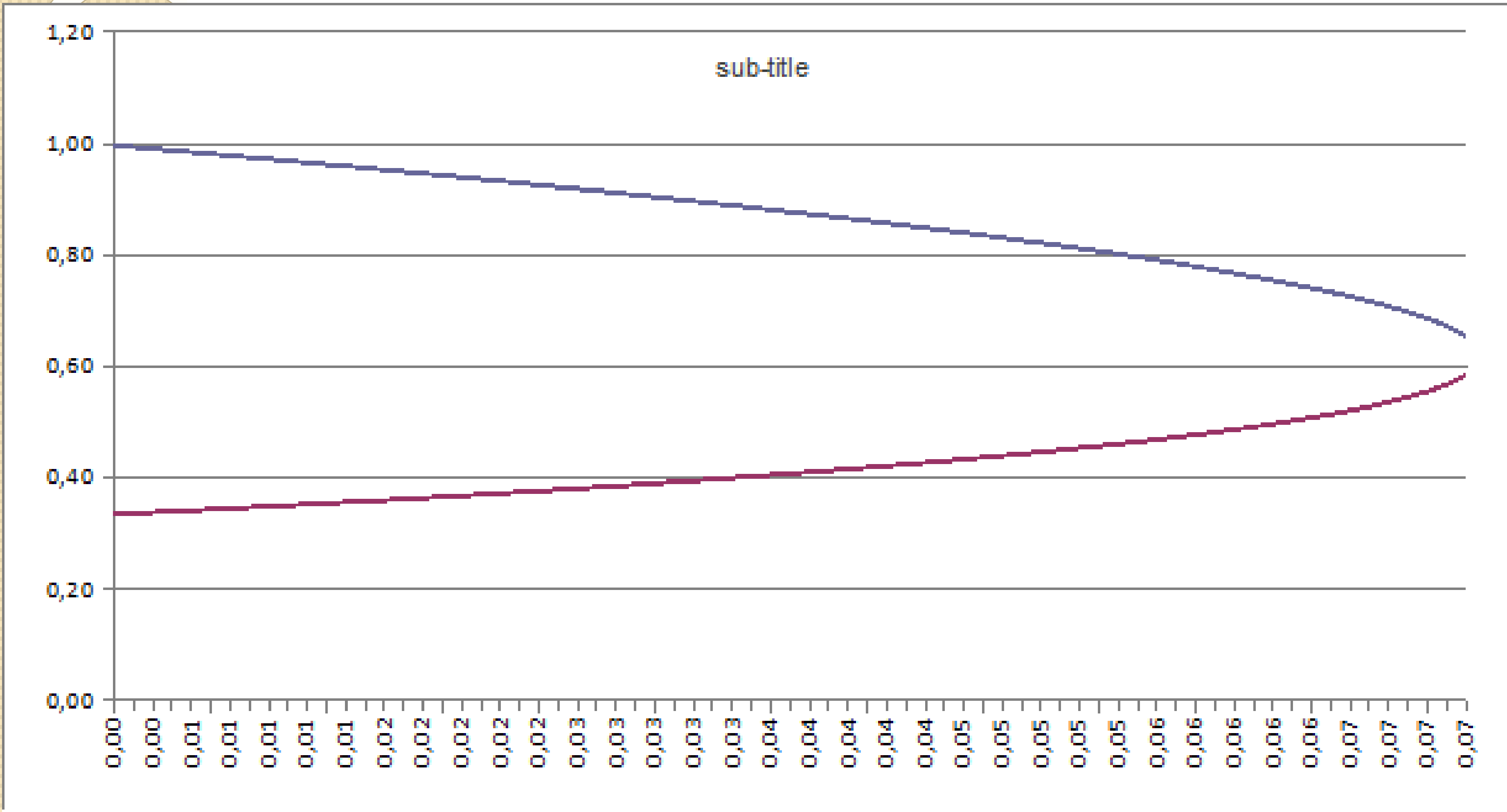
$$n_{AB} = 1 - p - n_A - n_B$$

- p – общая плотность узлов

Полный граф взаимодействий

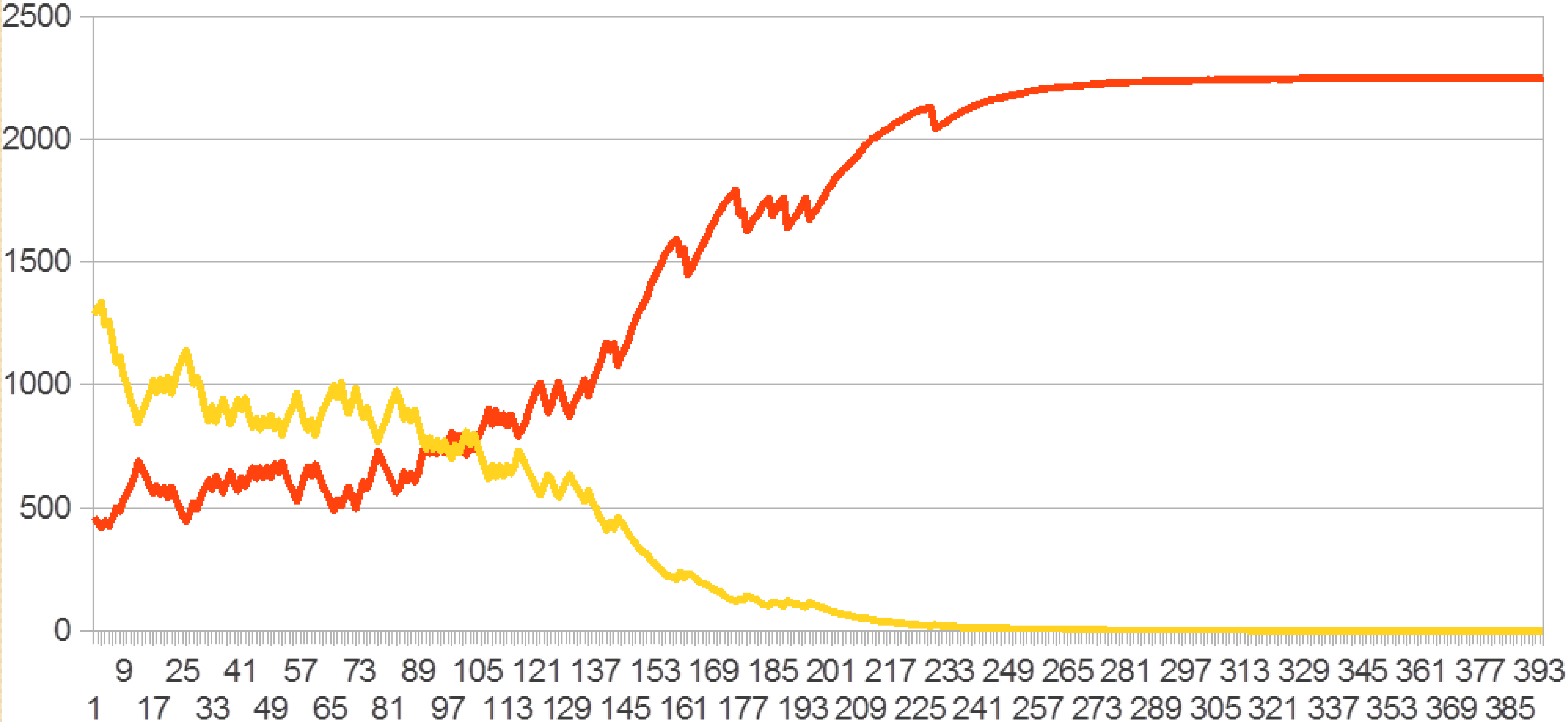


Полный граф взаимодействий

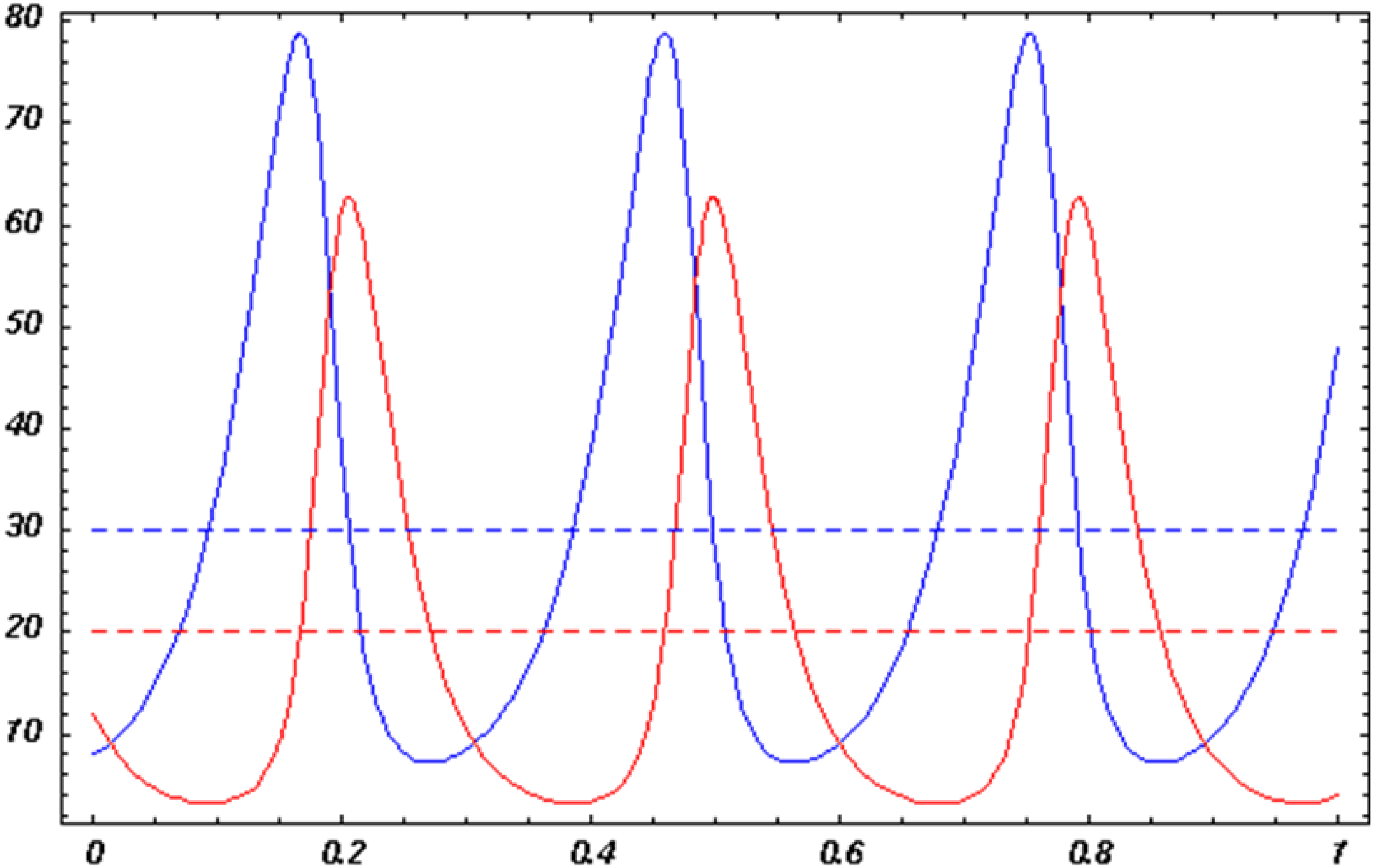


зависимость плотности узлов с мнением В от плотности агентов. При увеличении p до pкрит устойчивое состояние исчезает

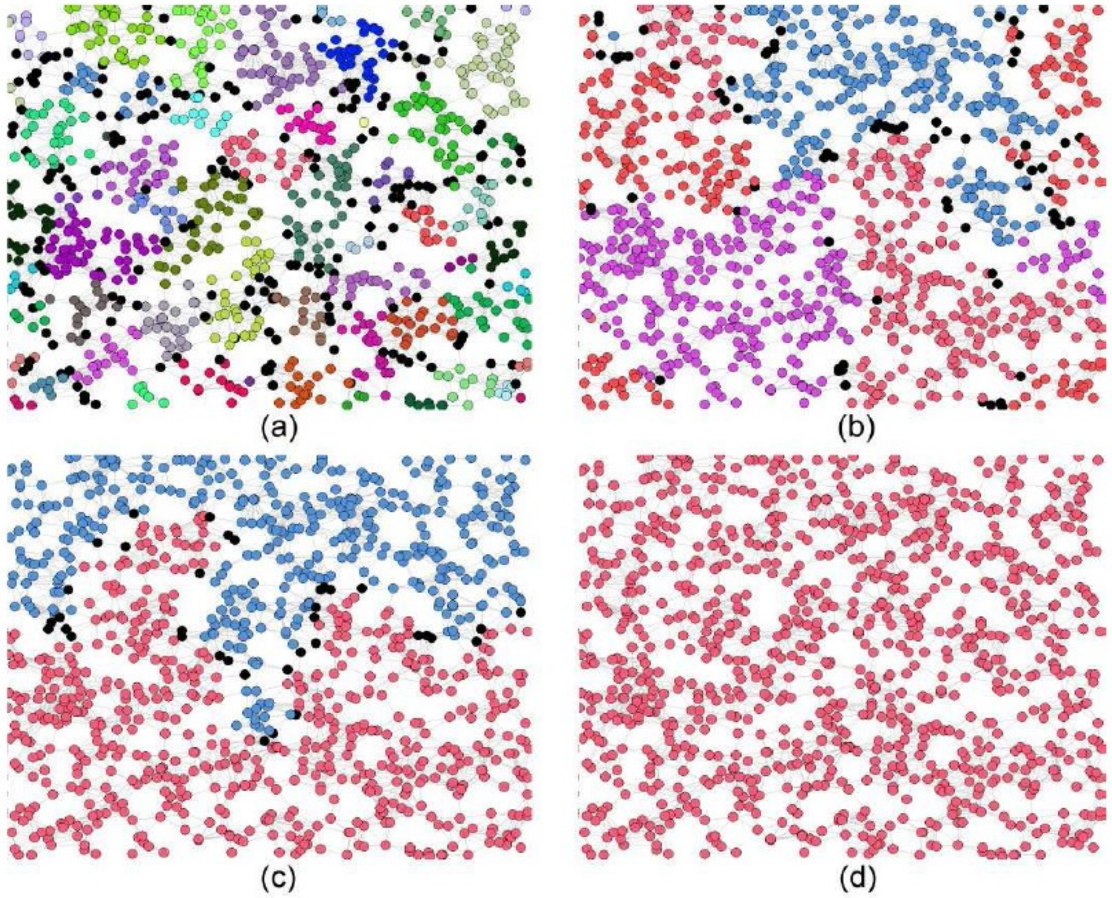
Соревнование идей



Полный граф взаимодействий



Случайные геометрические сети



Уравнение Колмогорова

Балансовые соотношения

n_a - плотность агентов с мнением «A»

n_b – плотность агентов с мнением «B»

n_{ab} - плотность агентов с мнениями «A» и «B»

$$\begin{cases} \dfrac{dn_a}{dt} = \alpha\left(-n_a n_b + 0.5 n_a n_{ab} + 0.5 n_{ab} n_{ab}\right) \\ \dfrac{dn_b}{dt} = \alpha\left(-n_a n_b + 0.5 n_b n_{ab} + 0.5 n_{ab} n_{ab}\right) \end{cases}$$

Фактор новизны идеи

Рассмотрим динамику распространения новой идеи (экспансию слов) в модели клеточных автоматов.

Предположим, что все слова одинаковые и оратора может услышать каждый слушатель с вероятностью k (вообще говоря, обратно пропорциональной расстоянию между ними).

Тогда можно записать следующие балансовые соотношения для плотности агентов f_a с инновационной идеей

$$\begin{cases} 1 = f_a + f_{null} \\ \dfrac{df_a}{dt} = k * f_a * f_{null} \end{cases}$$

Фактор новизны идеи

Исключая f_{null} мы получаем уравнений аналогичное уравнению «диффузии инноваций»

$$\frac{df_a}{dt} = k * f_a * (1 - f_a)$$

Модели распространения мнений

Отметим, что полученные нами уравнения Колмогорова для плотности агентов имеют вид уравнения Ферхюльста.

Это уравнение впервые выписал Пьер Ферхюльст в 1838 году для описания динамики роста популяции, назвав его уравнением логистического роста или логистическим уравнением.

Модели распространения мнений

Бельгийский математик Пьер Франсуа Ферхюльст (1804–1849), сформулировавший логистическое уравнение для динамики численности населения (уравнение Ферхюльста).

Введенный им в уравнение Мальтуса дополнительный отрицательный член, пропорциональный квадрату скорости роста, отражает уменьшение численности за счет ограниченности ареала обитания или же количества ресурсов

Модель клеточных автоматов

Для простоты анализа пусть экспансия происходит на отрезке прямой.

Введем функцию $F(x,t)$, которая описывает состояние агентов в каждый момент времени *t* в каждой точке *x.* Функция $F(x,t)$ принимает следующие значения:

$$F(x,t) = \begin{cases} 1, \text{если словарь агента } x \text{ не пуст} \\ 0 \text{ иначе} \end{cases}$$

Модель клеточных автоматов

Рассмотрим случай, когда все агенты взаимодействуют со всеми. Словарь может измениться только если один из агентов поделится словом с другим. Тогда изменение состояния за единичный отрезок времени можно выразить как:

(*) $$F(x,t+\Delta t) = \sigma(F(x,t) + \sum_i^N k_i(x)F(x_i,t))$$

где

$$\sigma(x) = \begin{cases} 1 \text{ если } x \geq 1 \\ 0 \text{ иначе} \end{cases},$$

$$k_i(x) = \begin{cases} 1, \text{если } i - \text{й агент взаимодествовал с } x \\ 0 \text{ иначе} \end{cases}$$

или (**)

$$F(x,t+\Delta t) - F(x,t) = (1 - F(x,t))\sigma(\sum_i^N k_i(x)F(x_i,t))$$

Модель клеточных автоматов

Обозначим $f(t) = \sum_x F(x,t)\,/N$ – суммарную плотность агентов, тогда, суммируя обе части (**) по всей длине прямой, получим:

$$\mathbf{M}\sigma\left(\sum_{i}^{N} k_i(x)F(x_i,t)\right) = k\sum_{i}^{N} F(x_i,t) = Nk\,f(t)$$

где k вероятность взаимодействия агентов за единичный момент времени. Тогда при малых $\bar{k} = k/\Delta t$ и больших N получим:

$$\frac{df(t)}{dt} = \frac{1}{N}\left(\sum_{j}^{N} N\bar{k}\,f(t) - \sum_{j}^{N} F\left(x_j,t\right)N\bar{k}\,f(t)\right)$$

$$\frac{df(t)}{dt} = N\bar{k}\,f(t) - \sum_{j}^{N} F\left(x_j,t\right)\bar{k}\,f(t)$$

$$\frac{df(t)}{dt} = N\bar{k}f(t)\left(1 - f(t)\right)$$

Модель клеточных автоматов

Обозначим $a = N\bar{k}$:

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1 - f(t)\big)f(t)$$

Полученное уравнение имеет вид уравнения Ферхюльста, используемое нами для описания «диффузии инноваций».

Аналогичный вывод получается и для агентов, расположенный в узлах плоской сетки.

Модели распространения мнений

Рассмотрим обобщение модели «диффузии инноваций», связанное с эффектами забывания идеи и информационного давления (например, СМИ).

Предположим, что вероятность затухания приверженности инновационной идее «А» (проще говоря вероятность забывания идеи) за единичный интервал времени равна g, то математическое ожидание изменения числа забывших идею за единичный интервал времени gy, а математическое ожидание числа агентов воспринявших новую идею под влиянием внешнего $M(t)$воздействия за единичный интервал времени равно: $M(t)b_2\left(\frac{N-y}{N}\right)$

Модели распространения мнений

Тогда наши уравнения примут вид:

$$\frac{dy}{dt} = a\frac{(N-y)}{N}y + M(t)b\frac{(N-y)}{N} - gy,$$

и соответственно:

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1-f(t)\big)f(t) + M'(t)b(1-f(t)) - gf(t)$$

где b – вероятность восприятия инновации одним агентом за единичный интервал времени, а $M'(t) = M(t)/N$ относительная плотность информационного давления на сообщество

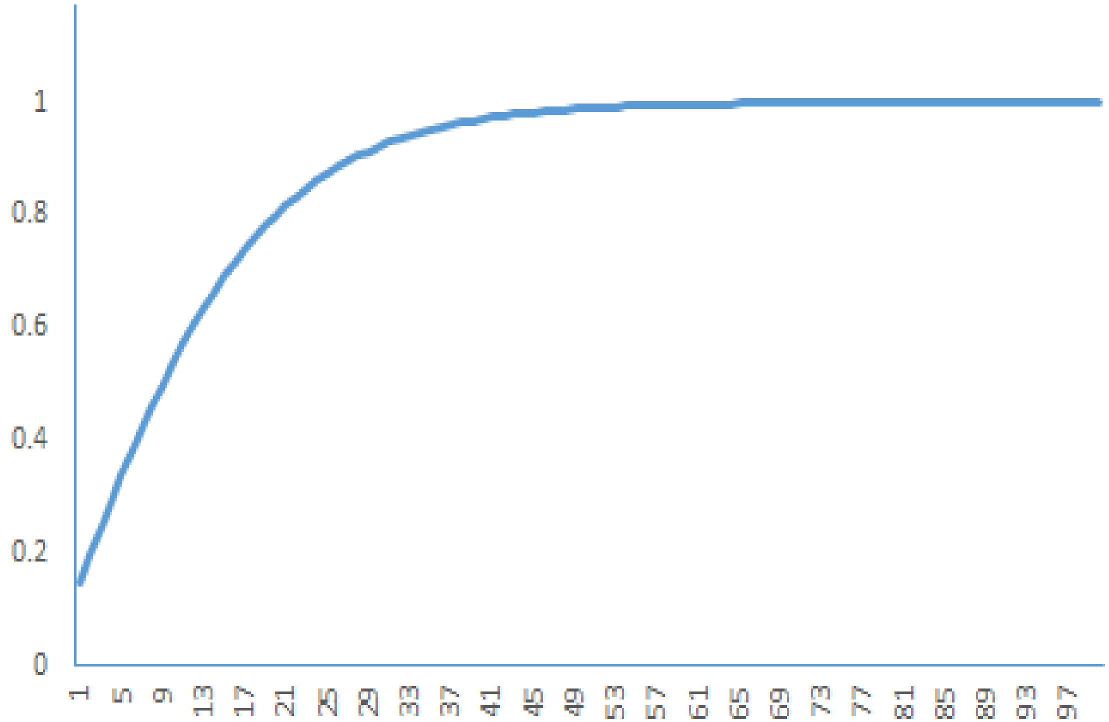
Модели распространения мнений

В зависимости от значения начального условия f_0 наблюдается два режима поведения системы: положительная динамика роста, когда идея овладевает всем сообществом, и отрицательная, когда влияние идеи убывает до некоторой величины.

Заметим, что при условии прекращения внешнего влияния ($M'b = 0$), когда вероятность забывания идеи не очень высока ($g < a$) при $t \to \infty$:

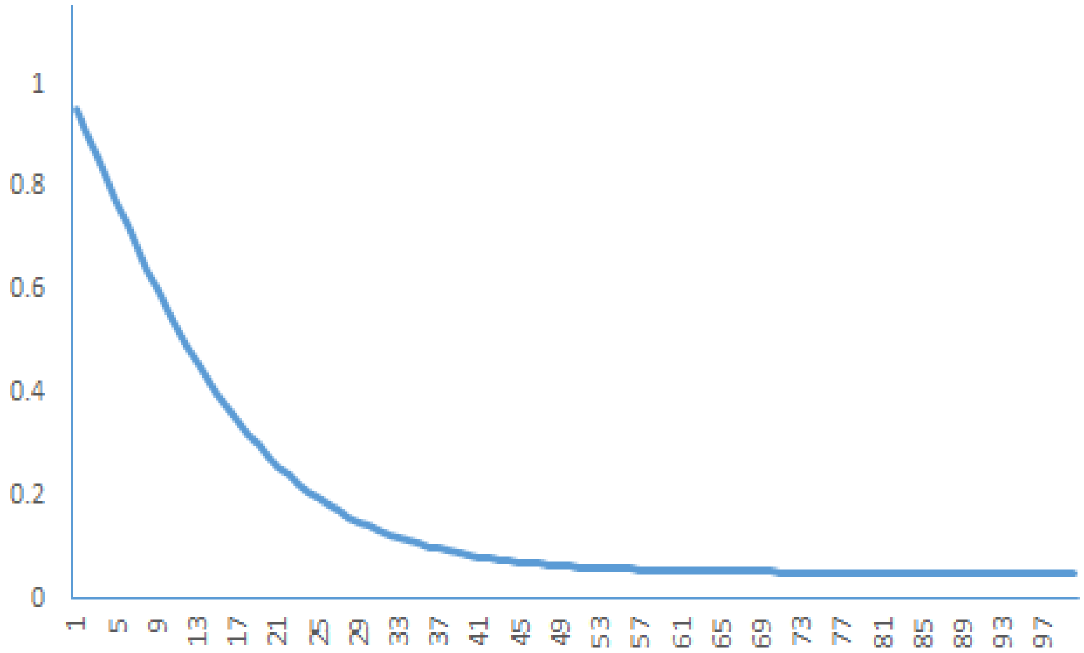
$$f(t) \to \frac{a-g}{a}$$

Модели распространения мнений



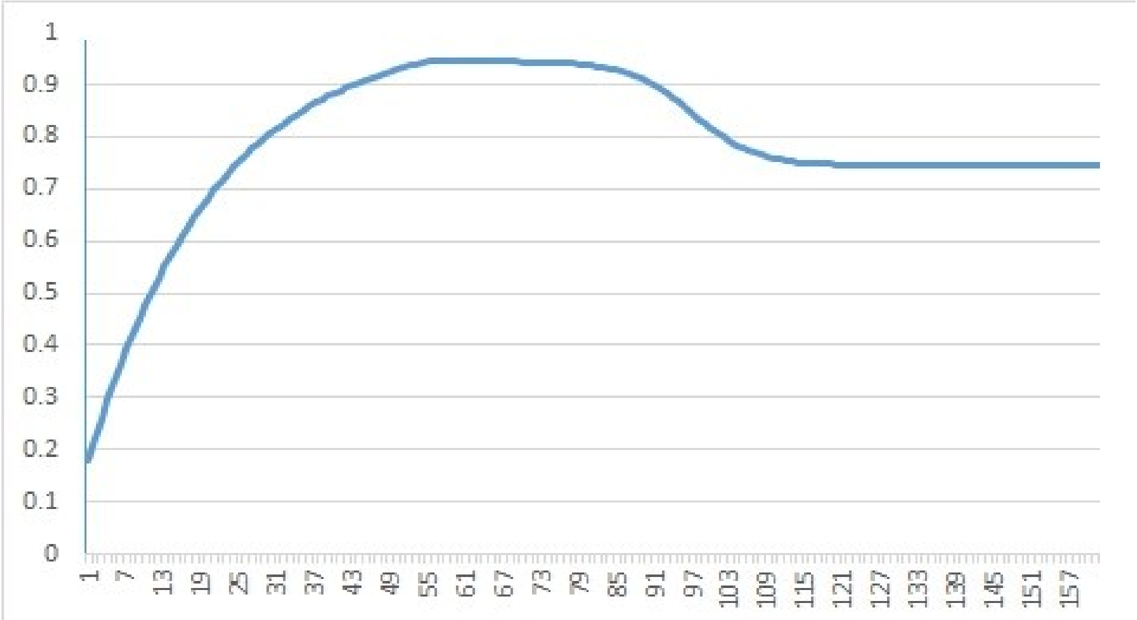
Положительная динамика распространения инновации

Модели распространения мнений



Отрицательная динамика распространения инновации

Модели распространения мнений



Положительная динамика распространения инновации при наличии эффекта забывания

Добавим в систему возможность не изменять мнения (нонконформисты)

Оратор	Мнение	Слушатель	Результат
A	A	A	A
A	A	B	AB
A	A	P	P
A	A	AB	A
P	A	A	A
P	A	B	AB
P	A	P	P
P	A	AB	A
B	B	A	AB
B	B	B	B
B	B	P	P
B	B	AB	B
AB	A	A	A
AB	A	B	AB
AB	A	P	P
AB	A	AB	A
AB	B	A	AB
AB	B	B	B
AB	B	P	P
AB	B	AB	B

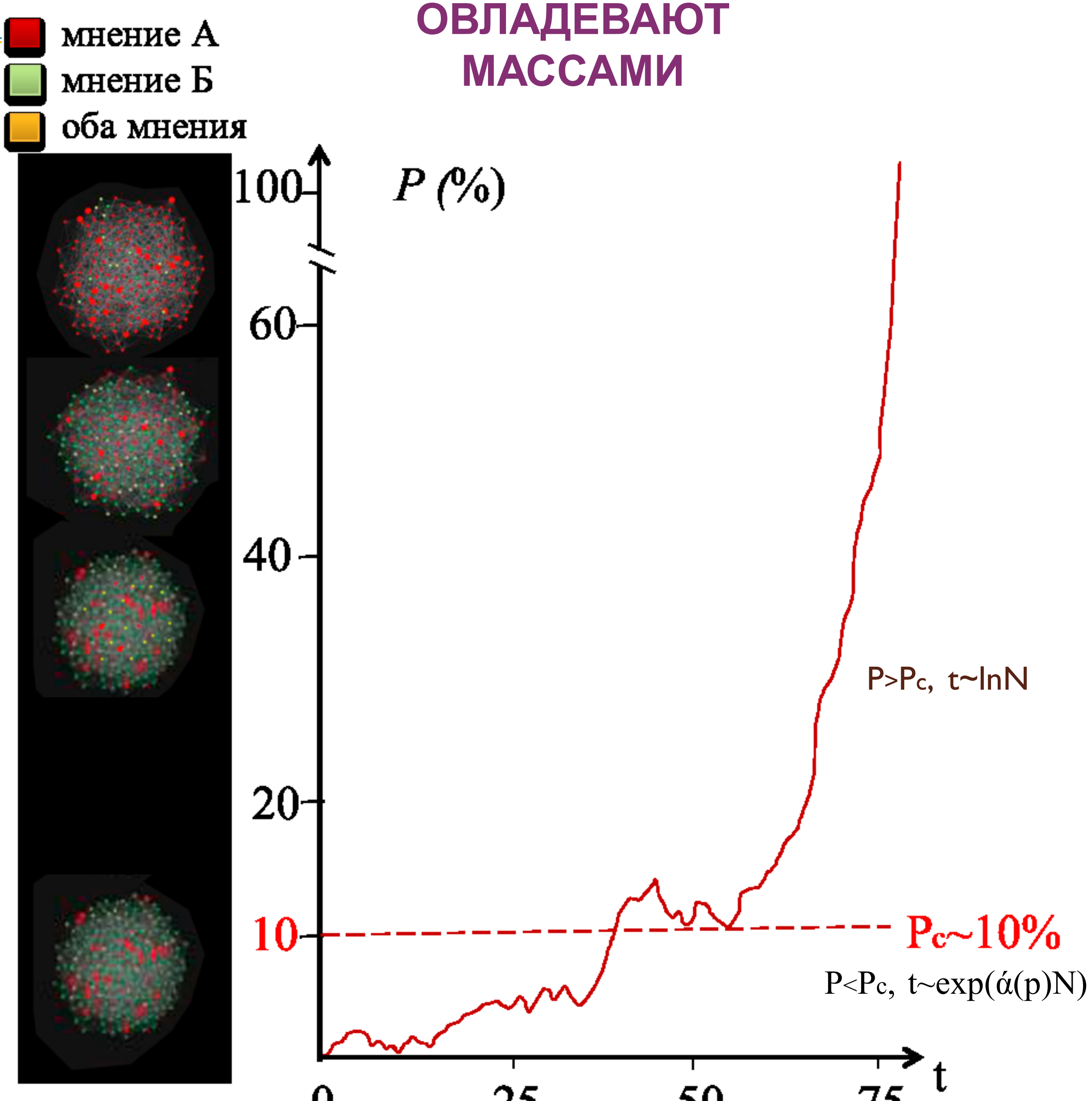
Полный граф взаимодействий

- Тогда балансовое соотношение мнений меняется следующим образом (k – связность графа):

$$\begin{cases} \dfrac{dnA}{dt} = \dfrac{k}{N}(-nAnB + 0.5 * nAnAB + 0.5 * nABnAB + pnAB) \\ \dfrac{dnB}{dt} = \dfrac{k}{N}(-nAnB + 0.5 * nBnAB + 0.5 * nABnAB - pnB) \\ n\mathrm{AB} = 1 - \mathrm{p} - \mathrm{nA} - \mathrm{nB} \end{cases}$$

У этой системы уравнений существуют особые точки, в которых достигается равновесие. Одной из них является точка при nA = 1–p и nB = 0 — вырожденный случай, когда идея охватила все общество. Также имеются две точки при $p < p_{крит}$: одна из них седловая, другая устойчивая.

КАК ИДЕИ ОВЛАДЕВАЮТ МАССАМИ



Фактор новизны идеи

Теперь учтем в нашей модели фактор новизны идеи. Как было сказано ранее, идеям свойственно устаревать и исчезать из области нашего внимания.

Введем параметр T, который показывает время жизни идеи. То есть, если какой-то узел не получал о идеи никакой информации в течении времени T, то она удаляется из списка идей. Рассмотрим вместо графа сетку размерами M * N, где каждый узел является пользователем.

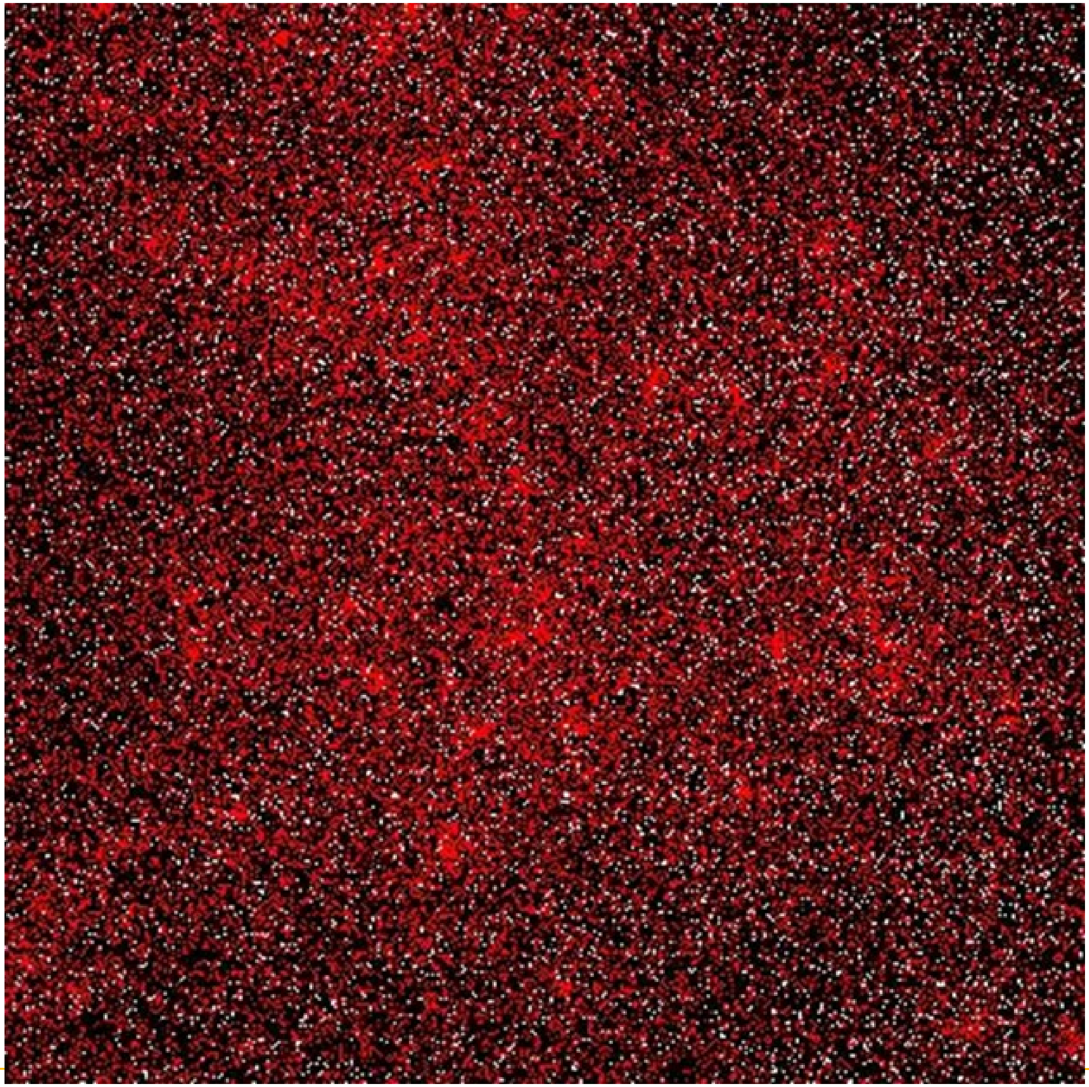
В данной модели оратора может услышать каждый слушатель с вероятностью обратно пропорциональной расстоянию между ними. Для анализа рассмотрим когда у нас есть только идея A.

Фактор новизны идеи

Динамика идеи А:

$$\begin{cases} 1 = nA + nO + p \\ \dfrac{dnA}{dt} = \dfrac{k}{MN}nO - \dfrac{k}{MN} * (1 - p) * (1 - \dfrac{k}{MN})^T \end{cases}$$

Фактор новизны идеи



Клеточный автомат

- Математические модели типа «клеточных автоматов» в последнее время широко применяются для моделирования систем типа «реакция-диффузия».
- Кроме того, модели клеточных автоматов применяются при моделировании процессов в нанотехнологиях, при моделировании дорожного движения. Математические модели теории перколяции («просачивания») также можно отнести к моделям типа клеточных автоматов.
- Рассмотрим процедуру построения подобной модели из общих соображений, а затем обсудим свойства получаемых моделей.

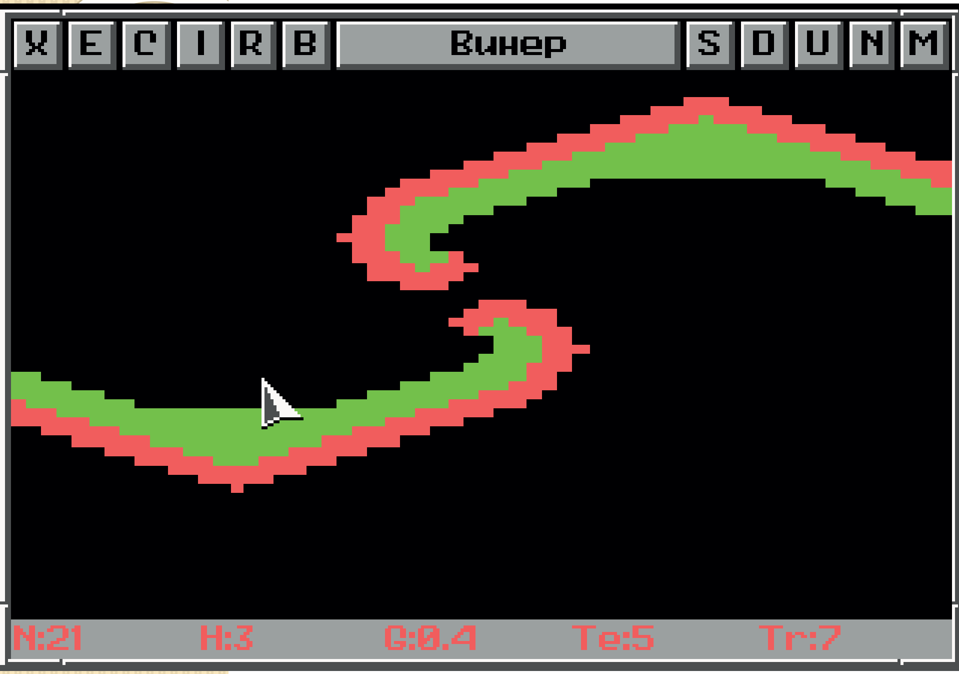
Клеточный автомат Винера и Розенблюта

- Рассмотрим ареал обитания некоторой популяции.
- Пусть пищевых ресурсов для этих животных хватает на время t_1, после чего требуется время t_2 на восстановление запасов пищи.
- Разобьем территорию обитания на клетки со стороной 1.
- Будем считать, что каждая клетка может находиться либо в заселенном состоянии (возбуждения, оптимальной численности популяции), либо в незаселенном состоянии (покоя, нет особей, есть только кормовой ресурс), либо в состоянии возобновления ресурса (рефрактерном).
- Будем считать, что клетки среды заселяются по следующим правилам.
  1. Заселиться может только незаселенная клетка (рефрактерные клетки не заселяются).
  2. Через время t_1 возбуждение клетки переходит в состояние рефрактерности.
  3. Через время t_2 рефрактерные клетки переходят в состояние покоя.

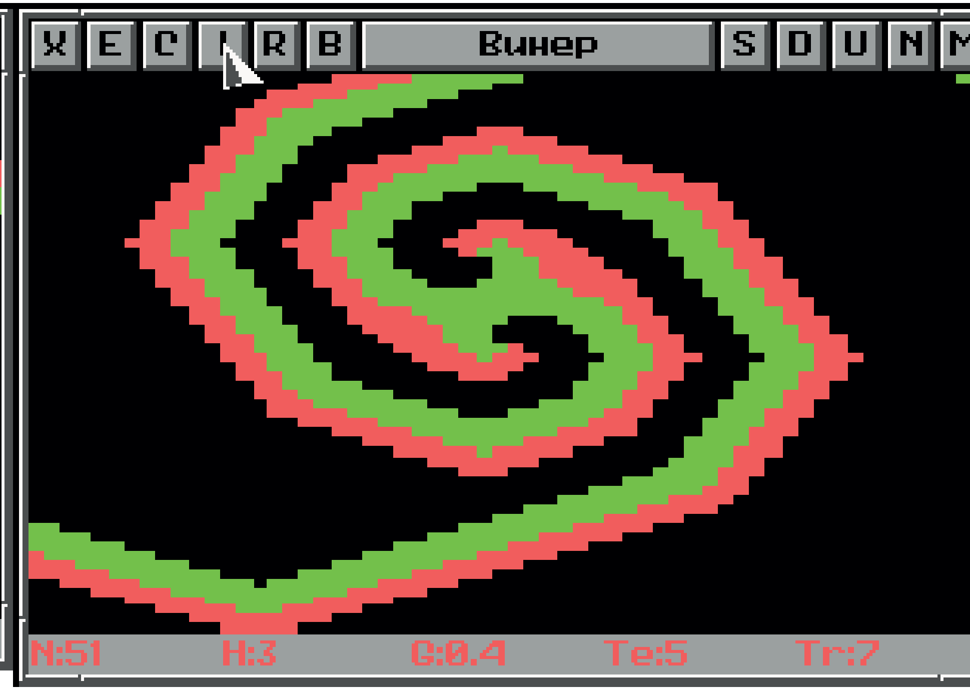
Клеточный автомат Винера и Розенблюта

- При $t_1 \approx t_2$ и начальной конфигурации

Клеточный автомат Винера и Розенблюта



T = 21



T = 51

Клеточный автомат Винера и Розенблюта

Рассмотрим случай, когда автоматы (агенты) расположены на прямой и взаимодействуют только со своими соседями.

Тогда в следующий момент времени состояние можно выразить как:

(I) $$F(x, t + \Delta t) = \sigma(F(x, t) + k_1 F(x-1, t) + k_2 F(x+1, t))$$

где

$$\sigma(x) = \begin{cases} 1 \text{ если } x \geq 1 \\ 0 \text{ иначе} \end{cases}$$

и k_1 и k_2 вероятность взаимодействия с левым и правым соседом соответственно. При $k_1 = k_2$ можно заметить, что уравнение (I) является разностной схемой для диффузионного уравнения с каталитическим членом.

Это уравнение было исследовано А.Н. Колмогоровым, который получил решения в виде бегущих плоских волн, что говорит о возможности появления устойчивых пространственных структур в сообществе автоматов.

Динамика популяций

- Изменение численности популяции во времени

N_n - численность популяции в момент времени n

αN_n - рождаемость

βN_n - смертность

$$N_{n+1} = N_n + \alpha N_n - \beta N_n = \lambda N_n \quad (1)$$

$$0 < \alpha, \beta < 1,$$

$$\lambda = 1 + \alpha - \beta$$

Динамика популяций

- Однако необходимо учесть еще дополнительные факторы, которые приводят к неизбежному замедлению роста численности.
- Действительно, ограниченность жизненного пространства приводит к тому, что одновременно с ростом популяции организмы погибают из за «тесноты» — при встрече двух индивидов выживает лишь один из них.
- Для учета этого фактора П.Ф. Ферхюльст еще в середине XIX века предложил добавить в уравнение (1) нелинейный член, пропорциональный квадрату численности особей.

Динамика популяций

- Мы ввели в модель **балансовое соотношение**.
- Новая модель, называемая в биологии **логистическим уравнением**, имеет вид:

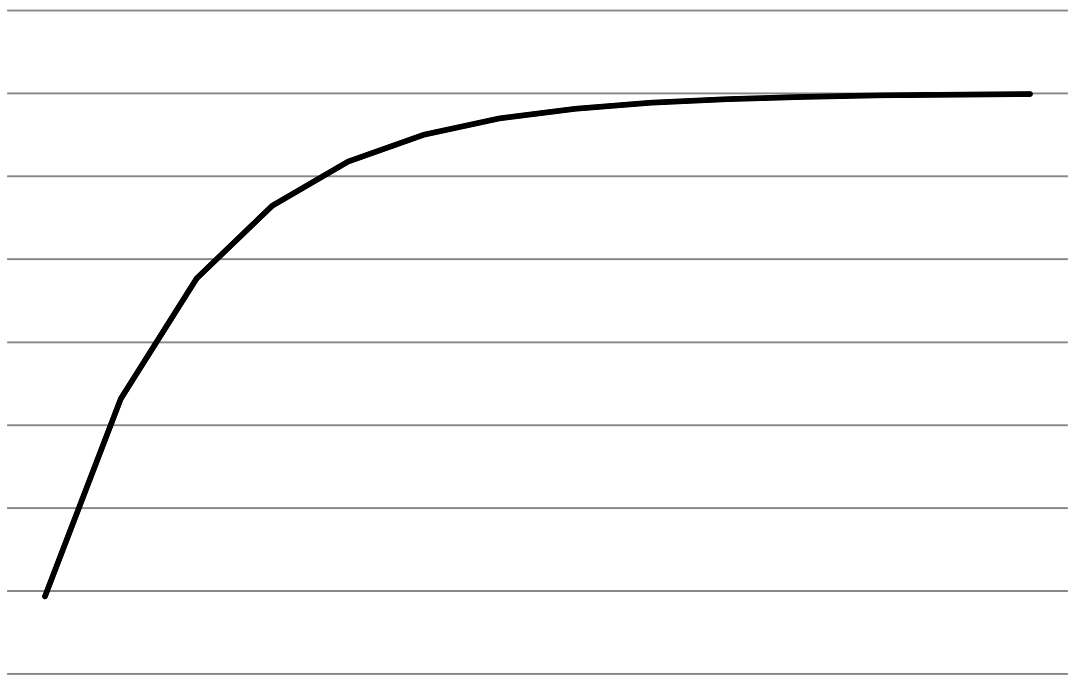
$$N_{n+1} = \lambda N_n - \gamma {N_n}^2 \quad (2)$$

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N - \gamma N^2 \qquad (2a)$$

- Здесь γ – коэффициент смертности, связанной с ограниченностью ресурса.

Динамика популяций

$N = K \equiv \lambda / \gamma$ **Динамка роста**



K – предельная численность популяции

Динамика популяций

- Принцип насыщения: существования предельного состояния приводит также к **логистическому уравнению**, которое имеет вид:

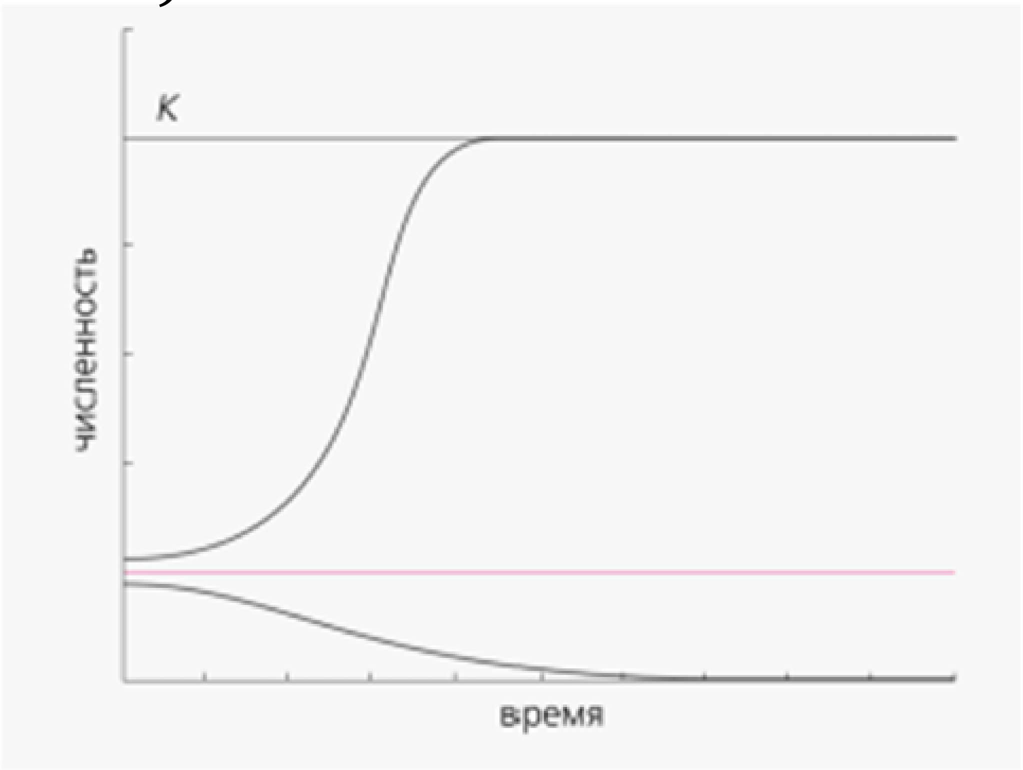
$$\frac{dN}{dt} = \alpha N(1 - {}^{N}/_{K})$$

- **Автокаталитические** реакции.

Динамика популяций

Интенсивное размножение, имеющее характер эпидемии, часто происходит, когда численность (или концентрация) превышает нее который порог *b*.

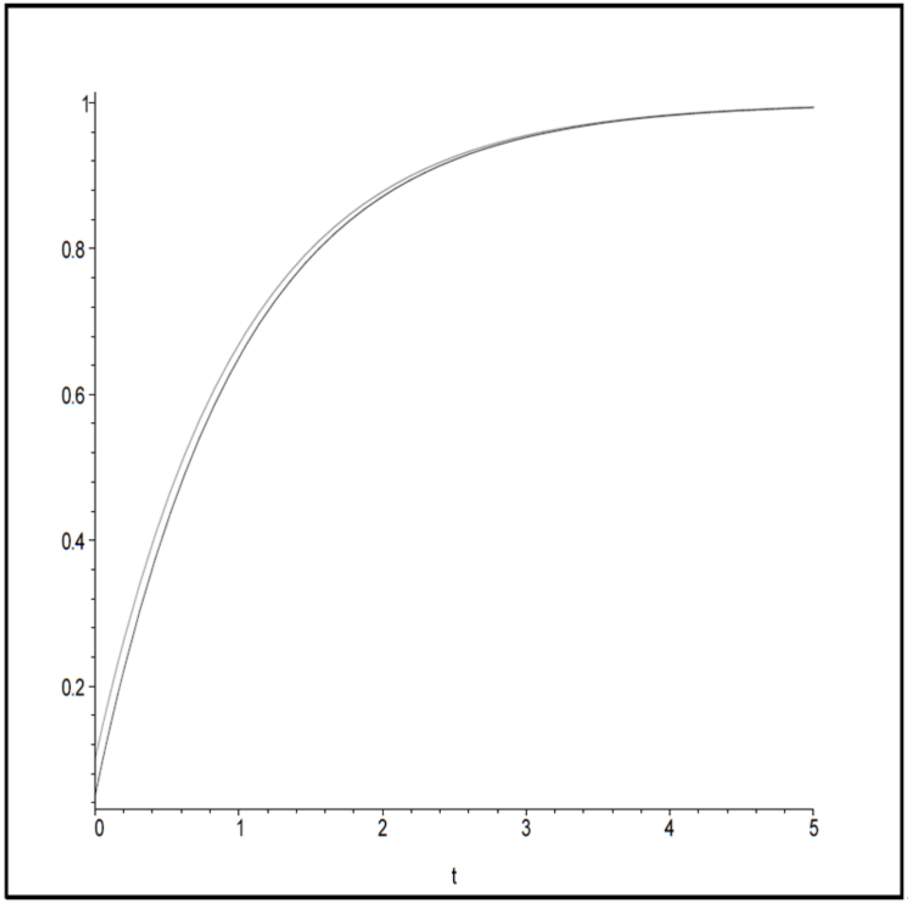
$$\frac{dN}{dt} = \alpha N\left(1 - {}^{N}/_{K}\right)(N - b)$$



Почему деревья не растут до неба?

Логистическое уравнение роста биомассы:

$$\frac{dB}{dt} = \alpha B^{2/3} - \beta B$$



Динамика популяций в пространстве

Для логистического уравнения (2) и одномерного пространства с координатой x соответствующее уравнение записывается в виде:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \alpha N(1 - {}^{N}\!/_{K}) \qquad (4)$$

D **– коэффициент диффузии.**

Динамика популяций в пространстве

А.Н.Колмогоров в 1937 г. впервые получил решения уравнения (4) в виде бегущих плоских волн, вводя движущуюся систему координат $x - vt$, где v — скорость движения фронта.

Величина v постоянна и пропорциональна $\sqrt{\alpha D}$ и зависит как от скорости размножения α, так и от коэффициента диффузии D. При этом скорость движения фронта может значительно превосходить скорость диффузии.

«Диффузия» инноваций

- Поскольку процессы распространения и конкуренции идей можно рассматривать как разновидности инновационных процессов в инфосоциальной системе, естественно предположить, что возможно корректное качественное описание динамики процессов распространения мнений с применением модели «диффузии инноваций».
- Диффузия – это «процесс, в ходе которого новое с течением времени по определенным каналам распространяется среди членов социальной системы»

«Диффузия» инноваций

- Динамика распространения новых идей (инноваций) в социальной системе может быть описана динамической системой, выведенной из балансовых соотношений. Рассмотрим сообщество численностью N.
- Предположим, что каждый член сообщества (агент) может контактировать с каждым (т.е. мы имеем полный граф коммуникаций). Обозначим через y – число агентов с инновационной идеей «А».
- Будем считать, что агент с идеей контактирует с n агентами за единичный интервал времени, который с вероятностью k_1 делится инновационной идеей, при этом: $k_1 = k_0 p$, где k_0 – вероятность принятия идеи при одном контакте по теме инновации, p – вероятность контакта агентов по теме инновации.

«Диффузия» инноваций

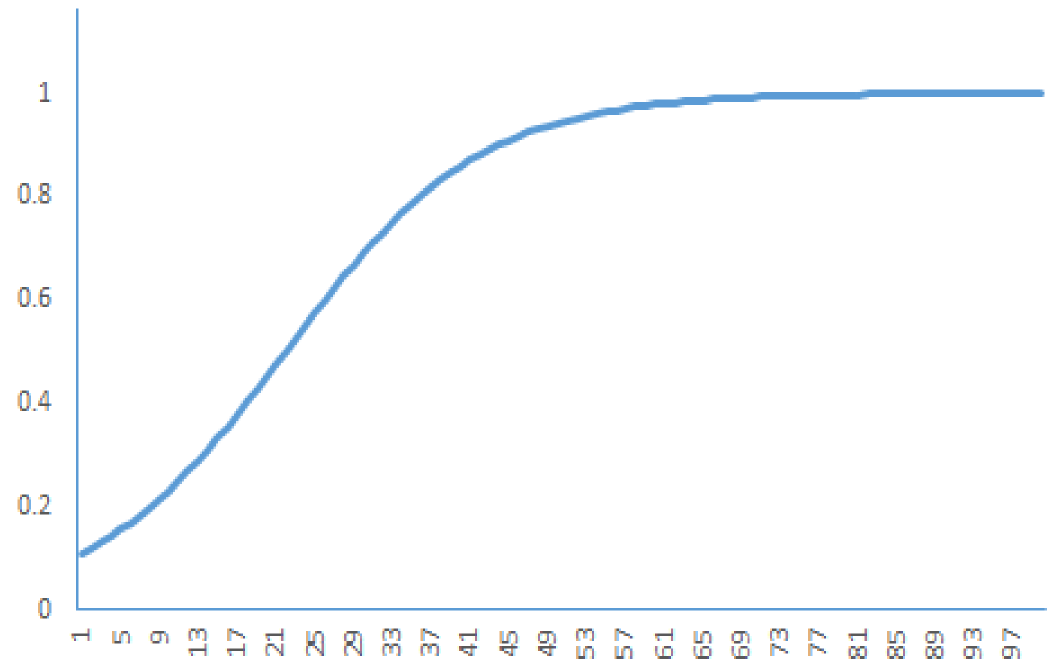
- Рассмотрим полный граф взаимодействий, усредняя по всем агентам, получим для плотности агентов, воспринимающих новую идею, следующее уравнение:

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1 - f(t)\big)f(t)$$

- Это уравнение аналогично уравнению Ферхюльста для описания динамики роста популяции (уравнение логистического роста или логистическое уравнение).

«Диффузия» инноваций

- Это уравнение обладает двумя важными свойствами: при малых $f(t)$ плотность возрастает экспоненциально, при больших – приближается к определенному пределу



«Диффузия» инноваций

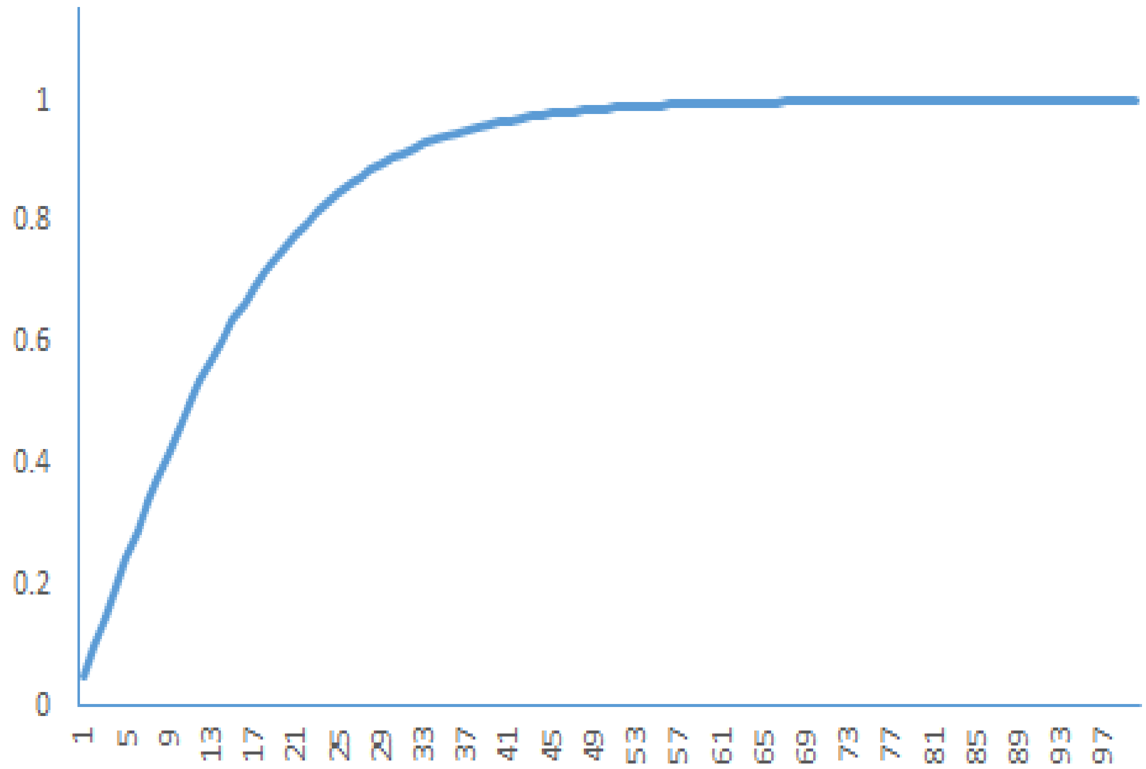
- Если ввести в рассмотрение эффекты забывания идеи и внешнего давления, то получим следующее уравнение для плотности агентов, воспринимающих новую идею:

$$\frac{df(t)}{dt} = a\big(1 - f(t)\big)f(t) + M(t)b(1 - f(t)) - gf(t)$$

- где b – вероятность восприятия инновации, g – вероятность забывания.
- Первое слагаемое в правой части связано с внутренними коммуникационными процессами распространения инновации в сообществе (межличностная агитация); второе слагаемое в связано с внешними процессами распространения инновации в социальной системе (вешнее давление на сообщество, например, через СМИ); и третье слагаемое (вычитаемое) в уравнении связано с затуханием (забыванием) инноваций.

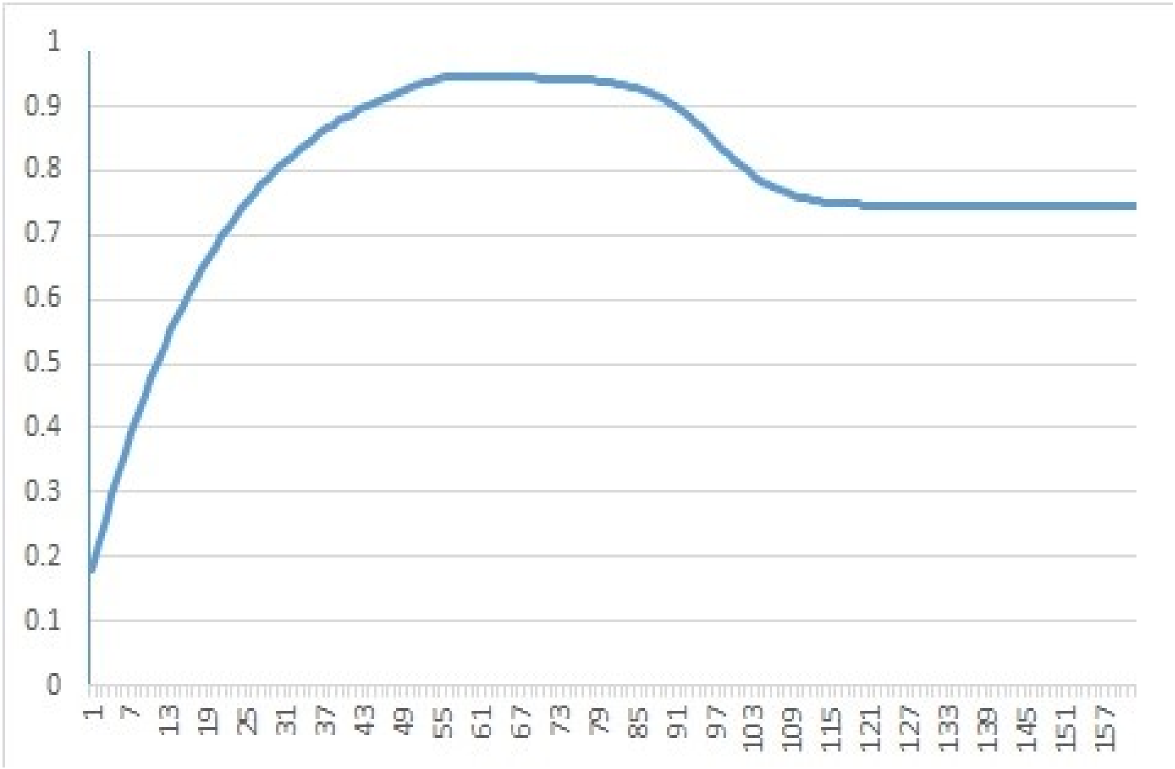
«Диффузия» инноваций

- Три сценария
  - *Положительная динамика распространения инновации*



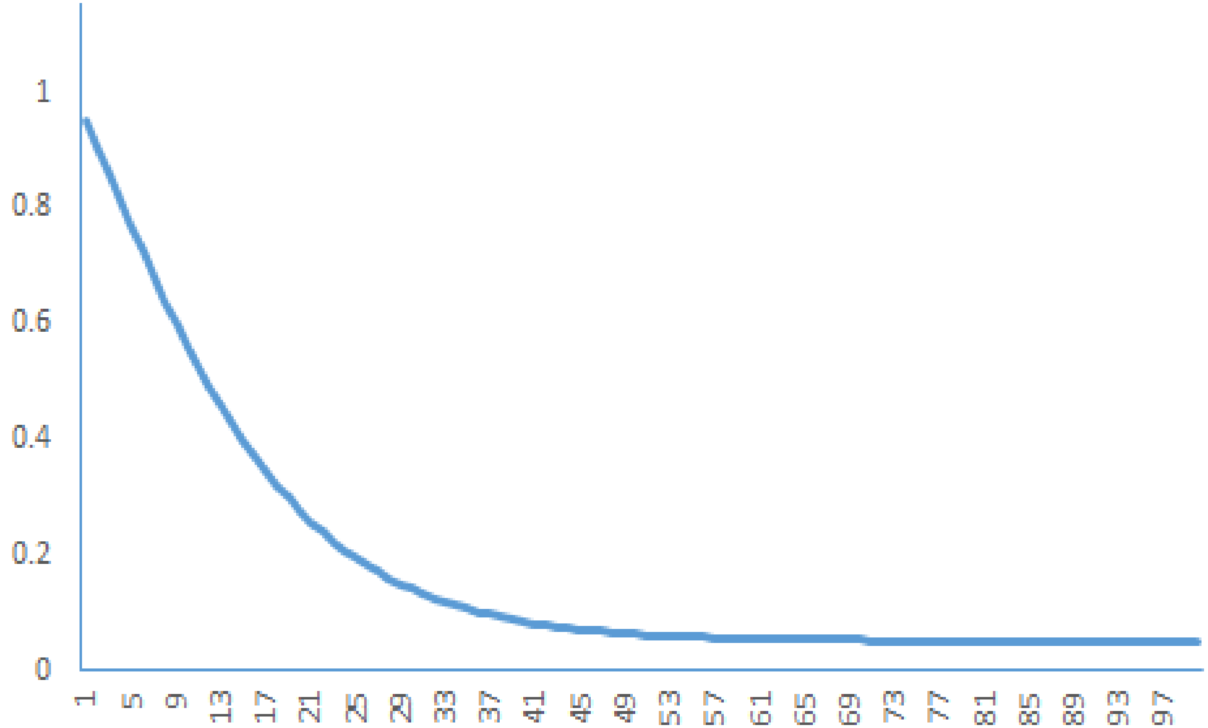
«Диффузия» инноваций

- Три сценария
  - *Положительная динамика распространения инновации при наличии эффекта забывания*



«Диффузия» инноваций

- Три сценария
  - *Отрицательная динамика распространения инновации, когда влияние идеи убывает до некоторой величины*



«Диффузия» инноваций

- В случае эффекта забывания решение будет выглядеть как:

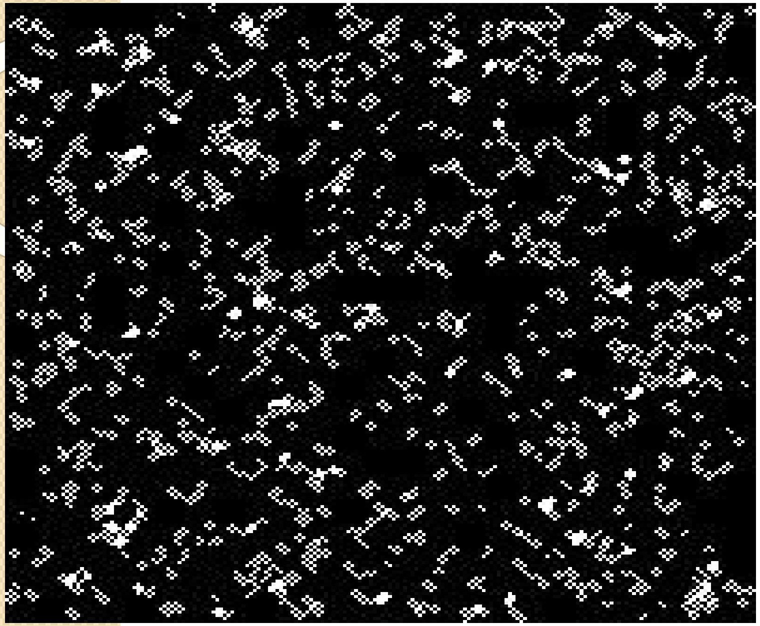
$$f(t) = \frac{a}{\beta + \frac{a - \beta f_0}{f_0} e^{-at}}$$

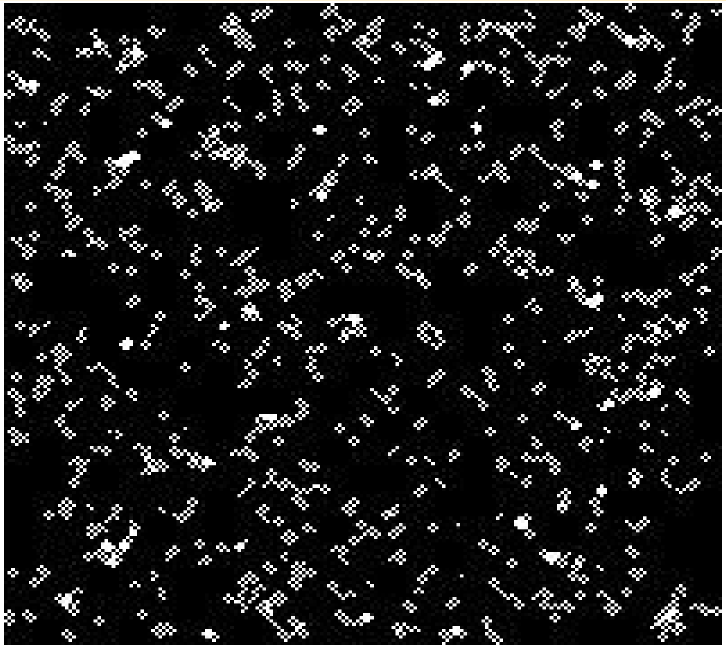
Отметим что при $t \to \infty$ $f(t) \to a/\beta$.

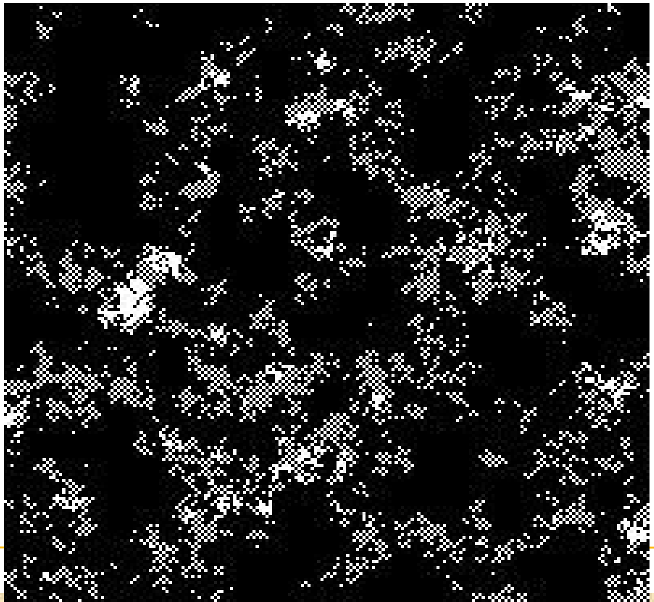
При $a/\beta \geq 1$ у всех агентов будет не пустой словарь.

В случае если $0 < a/\beta < 1$ распределение агентов, принявших инновацию, является неоднородным и в системе будут образовываться пространственные структуры

«Диффузия» инноваций







Хищник - жертва

Начиная с работ А. Лотки (1925), В. Вольтеры (1931) и А.Н. Колмогорова (1932) широкое признание получила так называемая модель хищник—жертва, когда популяция одних организмов становится пищей для других.

Математическая теория борьбы за существование

A.J. Lotka, *Elements of Physical Biology*, Williams and Wilkins, (1925)

V.Volterra. Lecons sur la theorie mathematique de la lutte pour la vie. Paris, 1931

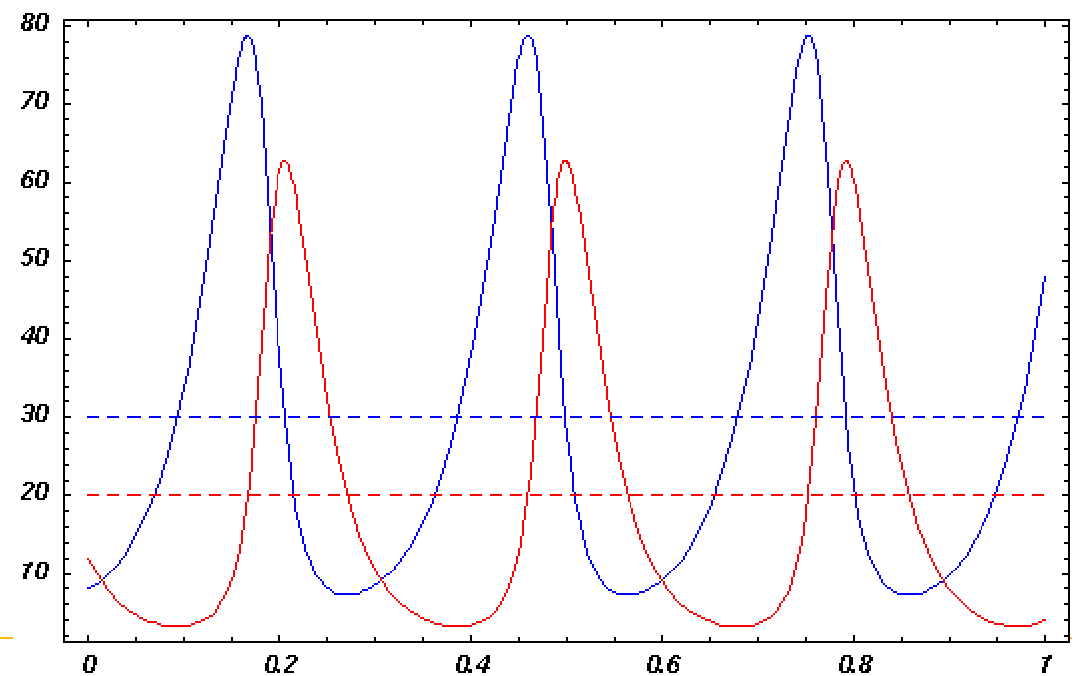
В. Вольтерра (1931), Математическая теория борьбы за существование. Пер. с франц. О.Н. Бондаренко. Под ред и послесловием Ю.М. Свирежева. М.: Наука, 1976. 287 с.

Колмогоров А.Н. (1932) Качественное изучение математических моделей динамики популяций. // Проблемы кибернетики. М., 1972, Вып.5.

Хищник - жертва

$$\frac{dN_1}{dt} = \lambda N_1 - \gamma_1 N_1 N_2,$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \gamma_2 N_1 N_2 - \delta N_2$$

где N_1 — численность жертвы, N_2 — численность хищника, γ_1 и γ_2 — коэффициенты сокращения численности жертв и роста численности хищников, δ — константа скорости отмирания хищника.



Хищник - жертва

В конечном счете, нас интересует - будет ли такое экологическое сообщество устойчиво сосуществовать в заповеднике.

Экспериментальные данные полученные в реальной многокомпонентной и открытой среде с множеством неучтенных взаимодействий, указывают на факт наличия устойчивых колебаний популяций свидетельствует о том, что модель работоспособна и оправдывает надежды по предсказанию.

Хищник - жертва

Характер поведения системы не меняется при обобщении не меняющих структуру балансовых соотношений

$$\frac{dN_1}{dt} = f_1(N_1) - g_1(N_1N_2),$$

$$\frac{dN_2}{dt} = g_2(N_1N_2) - f_2(N_2)$$

Но меняется, если мы введем конкуренцию жертв за пищу или хищников за жертвы (структурные изменения).

Хищник - жертва

$$\frac{dN_1}{dt} = \lambda N_1 - \gamma_1 N_1 N_2 + \varepsilon h_1(N_1, N_2),$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \gamma_2 N_1 N_2 - \delta N_2 + \varepsilon h_2(N_1, N_2)$$

- Оказывается, что в зависимости от вида малых поправок h_1 и h_2 возможны 3 сценария динамики

Хищник - жертва

Сценарий 1: равновесное состояние устойчиво. При любых других начальных условиях через большое время устанавливается именно оно.

Сценарий 2: система "идет в разнос". Стационарное состояние неустойчиво. Эволюция приводит то к резкому увеличению числа бандитов, то к их почти полному вымиранию (вследствие того, что они настолько ограбили трудящихся, что взять уже нечего). Такая система в конце концов попадает в область столь больших или столь малых значений N_1 и N_2, что модель перестает быть применимой: происходит изменение законов эволюции, т. е. революция.

Хищник - жертва

Сценарий 3: в системе с неустойчивым стационарным состоянием устанавливается с течением времени периодический режим (в котором, скажем, радикалы и консерваторы периодически сменяют друг друга).

В отличие от исходной модели Лотки-Вольтерра, в этой модели установившийся периодический режим не зависит от начального условия. Первоначально незначительное отклонение от стационарного состояния приводит не к малым колебаниям около *него*, как в модели Лотки-Вольтерра, а к колебаниям вполне определенной (и не зависящей от малости отклонения) амплитуды.

Возможны и другие структурно устойчивые сценарии (например, с несколькими периодическими режимами).